PAPERS COMMUNICATED

39. Eine Ergänzung zur Torsentheorie im Laguerreschen Raume, 2.

Von Tsurusaburo TAKASU.

Mathematical Institute, Tohoku Imperial University, Sendai.

(Comm. by M. FUJIWARA, M.I.A., Mar. 12, 1935.)

2. Setzt man

$$(26) \quad \tilde{u}_1 \equiv \frac{1-uv}{2\sqrt{u'v'}}, \quad \tilde{u}_2 \equiv \frac{i(1+uv)}{2\sqrt{u'v'}}, \quad \tilde{u}_3 \equiv \frac{-(u+v)}{2\sqrt{u'v'}}, \quad \tilde{u}_4 \equiv \frac{i(u-v)}{2\sqrt{u'v'}},$$

so besteht die Gleichung (11) identisch und wir erhalten die folgenden Beziehungen:¹⁾

$$(27) \quad dt = \frac{1}{2} \{v, u\}^{\frac{1}{2}} du = \frac{i}{2} \{u, v\}^{\frac{1}{2}} dv = (d\tilde{u} d\tilde{u})_4^{\frac{1}{2}} \\ \equiv (d^2y d^2y)_4^{\frac{1}{2}} = |\tilde{u} d\tilde{u} d^2\tilde{u} d^3\tilde{u}|^{\frac{1}{2}},$$

$$(28) \quad \{u, t\} - \{v, t\} = 4,$$

$$(29) \quad \left(\frac{d^2\tilde{u}}{dt^2} \frac{d^2\tilde{u}}{dt^2} \right)_4 = \phi(t) = \{u, t\} + \{v, t\},$$

wobei $\{x, y\}$ die Schwarzsche Ableitung ist.

3. *Methode II.* Hier wollen wir an Stelle der L -Ebenen $(u)_5$ die L -Kugelkongruenz $(y)_5$ als Elemente ansehen. Nach (8) wird (11) zu:

$$(30) \quad \left(\frac{d^2y}{dt^2} \frac{d^2y}{dt^2} \right)_4 = 1.$$

Setzt man aufs neue $\left(\frac{d^ry}{dt^r} \frac{d^sy}{dt^s} \right)_4 \equiv (rs)$, so erhält man die folgende

Tabelle skalarer Produkte:

$$(31) \quad \begin{array}{cccccc} (00)=1, & (01)=0, & (02)=0, & (03)=0, & (04)=1, & (05)=0, \\ & (11)=0, & (12)=0, & (13)=-1, & (14)=0, & (15)=\phi, \\ & & (22)=1, & (23)=0, & (24)=-\phi, & (25)=-\frac{3}{2}\phi', \\ & & & (33)\equiv\phi, & (34)=\frac{1}{2}\phi', & (35)=\frac{1}{2}\phi''-\phi, \\ & & & & (44)\equiv\phi, & (45)=\frac{1}{2}\phi'. \end{array}$$

Dann wird (7) zu:

$$(32) \quad \phi \equiv \phi^2 - 1,$$

wodurch ϕ sich mittels der ϕ allein darstellen lässt. Weiter ist:

1) T. Takasu: Differentialkugelgeometrie, XIV. Tôhoku Sci. Rep., vol. 22 (1933), S. 1017.