PAPERS COMMUNICATED

117. *Sur les points singuliers des équations différentielles ordinaires du premier ordre, II.*

Par Masuo HUKUHARA.

Institut de mathématiques, l'université de Hokkaidô, Sapporo.

(Comm. by S. KAKEYA, M.I.A., Nov. 12, 1935.)

1. Supposons la variable x réelle et la variable y complexe, et considérons l'équation différentielle

$$x\frac{dy}{dx}=f(x, y)\,. \tag{1}$$

Nous faisons d'abord les hypothèses suivantes.

1° La fonction $f(x, y)$ est continue[1] pour $0<x<\delta$, $|y|<\triangle$ et développables asymptotiquement comme il suit:

$$f(x, y)\sim a_0(x)+a_1(x)y+\cdots\cdots+a_n(x)y^n+\cdots\cdots \tag{2}$$

$$a_n(x)\sim a_n^{(0)}+a_n^{(1)}x+\cdots\cdots+a_n^{(j)}x^j+\cdots\cdots \tag{3}$$

$$(a_0^{(0)}=0\,, \quad a_1^{(0)}=\lambda\neq 0)\,.$$

2° $f(x, y)$ satisfait à la condition de Lipschitz:

$$|f(x, y_1)-f(x, y_2)|<A|y_1-y_2|\,. \tag{4}$$

Déterminons les coefficients a_n de la série

$$y\sim a_1x+a_2x^2+\cdots\cdots+a_nx^n+\cdots\cdots \tag{5}$$

de manière qu'elle satisfasse formellement à l'équation donnée (1). Si λ est un entier positif, on ne peut déterminer le coefficient a_λ. Posons dans ce cas

$$y=a_1x+a_2x^2+\cdots\cdots+a_{\lambda-1}x^{\lambda-1}+zx^\lambda\,.$$

z satisfera à une équation étudiée dans le premier mémoire. Nous supposerons donc que λ n'est pas un entier positif. Alors les a_n se déterminent de proche en proche d'une manière unique. D'après 1°, l'équation (1) admet au moins une solution telle que l'on ait

$$|\lambda-a_1x-\cdots\cdots-a_nx^{n-1}|<Kx^n \qquad \text{pour} \qquad 0<x<\delta_1\,,$$

pourvu que $n>|\lambda|$. D'après 2°, l'équation (1) n'admet qu'une telle solution si $n>A$. On en conclut que *l'équation* (1) *admet une solution et une seule développable asymptotiquement en série* (5). Désignons cette solution par $\varphi_0(x)$.

2. Considérons ensuite la série

---

1) L'analyticité de $f(x, y)$ relative à y est inutile. Les propositions que nous allons exposer peuvent donc s'étendre au domaine réel.