PAPERS COMMUNICATED

95. *Sur une surface universelle pour les fonctions de Baire, dont l'ensemble de points est un complémentaire analytique.*

Par Kinjiro KUNUGUI.

(Comm. by S. KAKEYA, M.I.A., Nov. 12, 1936.)

Nous dirons, d'après M. W. Sierpiński, que *la surface* $z=f(x, y)$ *est universelle pour les fonctions de Baire* (d'une variable réelle) si, quel que soit le nombre réel a donné, la fonction $\varphi(x)=f(x, a)$ est une fonction de Baire et si pour toute fonction de Baire (d'une variable réelle) donnée $\varphi(x)$ il existe un nombre réel a, tel que $\varphi(x)=f(x, a)$ (pour x réel).

M. W. Sierpiński a démontré[1] qu'il n'existe aucune surface universelle pour les fonctions de Baire, dont l'ensemble de points serait un ensemble analytique, et qu'il en existe une, dont l'ensemble de points est une somme de trois ensembles, dont le premier est analytique, le second est un complémentaire analytique et le troisième est une différence de deux ensembles analytiques. M. W. Sierpiński a posé, de plus, un problème si des surfaces universelles pour les fonctions de Baire, peuvent être des complémentaires analytiques. Le but de cette Note est y donner une réponse affirmative: *nous allons construire une surface universelle pour les fonctions de Baire, dont l'ensemble de points est un complémentaire analytique.*

Considerons dans un espace à trois dimensions $R=OXYZ$, un ensemble analytique M universel pour les ensembles analytiques plans, c.-à-d. un ensemble analytiques M dans R, tel qu'en coupant avec les plans parallèles au plan OXZ on obtient tous les ensembles analytiques plans possibles. D'ailleurs nons pouvons poser[2]

$$M=\sum_{\nu}\prod_{k} M_{n_1, n_2, \dots, n_k}$$

où $\{M_{n_1, n_2, \dots, n_k}\}$ est un schème de Souslin universel des ensembles fermés, c.-à-d. le schème $\{M_{n_1, n_2, \dots, n_k}\}$ jouit de la propriété suivante: 1) $M_{n_1, n_2, \dots, n_k}$ sont des ensembles fermés dans R; 2) Étant donné un schème quelconque de Souslin $\{F_{n_1, n_2, \dots, n_k}\}$ des ensembles fermés plans, il existe un nombre réel y_o, tel que le plan parallèle à OXZ passant par le point (o, y_o, o) coupe $M_{n_1, n_2, \dots, n_k}$ en un ensemble identique à $F_{n_1, n_2, \dots, n_k}$ pour tout k $(k=1, 2, 3, \dots\dots)$.

---

1) W. Sierpiński: Sur une surface universelle pour les fonctions de Baire; Bulletin Mathematique de la Société Roumaine des Science. Tome XXXV. (1933) p. 225–227.

2) Cf. O. Nikodym: Sur les diverses classes d'ensembles. Fund. Math. XIV. (1929), p. 164–166.