

108. Verschiebungs- und Abgrenzungssatz in der Theorie der Klassenkörper über einem algebraischen Funktionenkörper einer Unbestimmten mit endlichem Konstantenkörper.¹⁾

Von Mikao MORIYA.

Mathematisches Institut, Hokkaido Kaiserliche Universität zu Sapporo.

(Comm. by T. TAKAGI, M.I.A., Dec. 12, 1936.)

Über einem algebraischen Funktionenkörper K einer Unbestimmten mit endlichem Konstantenkörper betrachte ich eine endliche separable abelsche Erweiterung L . Dann existiert in K ein ganzer Divisor m und eine mod m erklärbare Divisorengruppe H derart, dass L der H zugeordnete Klassenkörper über K wird.²⁾ Bildet man nun für eine beliebige endliche separable Erweiterung $\bar{K}$ über K das Kompositum $\bar{L} = L\bar{K}$ von $\bar{K}$ und L , so gilt folgender

Satz 1. Verschiebungssatz. *Der abelsche Körper $\bar{L}$ ist ein Klassenkörper zu derjenigen Divisorengruppe $\bar{H}^{(m)}$, welche aus allen zu m primen Divisoren aus $\bar{K}$ besteht, deren Normen (nach K) in H fallen.*

Beweis. Man kann zuerst leicht zeigen, dass $\bar{H}^{(m)}$ mod m erklärt ist. Bezeichnet man jetzt mit $\bar{A}^{(m)}$ die Gesamtheit aller zu m primen Divisoren in $\bar{K}$, und setzt $[\bar{A}^{(m)} : \bar{H}^{(m)}] = h$, $[\bar{L} : \bar{K}] = n$, so braucht man nur zu zeigen:

$$h \geq n,$$

weil die mod m $\bar{L}$ zugeordnete Divisorengruppe in $\bar{H}^{(m)}$ enthalten ist.³⁾

Nun bezeichne ich mit $\bar{p}_1$ und $\bar{p}_2$ die Primdivisoren aus $\bar{H}^{(m)}$, deren Relativgrade nach K resp. gleich 1 und grösser sind als 1. Dann zerfallen alle $\bar{p}_1$ in $\bar{L}$ voll. Da nämlich die $p_1 = N_{\bar{K}K}(\bar{p}_1)$ Primdivisoren aus H sind und L der H zugeordnete Klassenkörper ist, so zerfallen die p_1 nach dem Zerlegungsgesetz in L voll. Aus einem Herbrandschen Lemma⁴⁾ schliesst man dann sofort, dass die $\bar{p}_1$ in $\bar{L}$ vollzerfallen. Für die $\bar{p}_2$ existieren aber in K die Primdivisoren p_2 derart, dass $N_{\bar{K}K}(\bar{p}_2) = p_2^f$ mit $f > 1$ sind.

1) In der mir zugänglichen Literatur sind die beiden Sätze nirgendwo bewiesen. Da ich diese Sätze für meine weitere Untersuchung benutze, so habe ich mich entschlossen, die Beweise hier anzugeben.

2) F. K. Schmidt, Die Theorie der Klassenkörper über einem Körper algebraischer Funktionen in einer Unbestimmten und mit endlichem Konstantenbereich, Sitzungsberichte der phys.-med. Sozietät zu Erlangen, Bd. 62 (1930), S. 267-284. Diese Arbeit bezeichne ich mit Schd. Hasse, Theorie der relativ-zyklischen Funktionenkörper, insbesondere bei endlichem Konstantenkörper, Journ. f. d. r. u. a. Math., Bd. 172 (1934), S. 46.

3) Schd., S. 276.

4) Herbrand, Sur la théorie des groupes de décomposition, d'inertie et de ramification, Journ. de Liouville, Tome 10 (1932), S. 490. Dieses für die Primideale bewiesene Lemma gilt auch für die Primdivisoren.