93. *Une considération sur le problème de Dirichlet.*

Par Masao INOUYE.
L'Institut Mathématique, L'Université Impériale d'Osaka.
(Comm. by T. YOSIE, M.I.A., Nov. 12, 1937.)

1. En envisageant la solution généralisée du problème de Dirichlet comme une fonctionelle de la distribution continue, sa continuité est bien connue. Dans cette section nous allons rechercher le problème de sa continuité en envisageant comme une fonctionelle du domaine.

Soit Ω un domaine borné[1] dans le plan z. Considérons une suite $\{\Omega_n\}$ de domaines uniformément bornés convergeant vers Ω au sens de M. Carathéodory[2] (par rapport à un point intérieur à Ω). Nous pouvons alors attacher à chaque fonction réelle continue $F(z)$, définie dans le plan entier, une suite $\{U(z, F, \Omega_n)\}$ de fonctions harmoniques, où la fonction $U(z, F, \Omega_n)$ est la solution généralisée du problème de Dirichlet pour Ω_n et avec la distribution F. Notre but est de trouver une condition pour Ω et $\{\Omega_n\}$ dans laquelle $\lim_{n\to\infty} U(z, F, \Omega_n) = U(z, F, \Omega)$ (uniformément) est valable. Pour simplifier l'écriture, nous dirons que $\{\Omega_n\}$ jouit de la propriété W (par rapport à Ω), lorsque $\lim_{n\to\infty} U(z, F, \Omega_n) = U(z, F, \Omega)$ est vrai pour toute fonction continue F.

Le théorème général de M. Wiener nous conduira directement au théorème suivant:

Théorème 1. *Supposons que tout Ω_n soit contenu dans Ω. Alors, la suite $\{\Omega_n\}$ jouit de la propriété W.*[3]

Mais cette condition est trop restrictive pour notre objet. Recherchons une autre condition convenable à notre problème. Pour cela, considérons la condition (C); nous dirons que $\{\Omega_n\}$ satisfait à la condition (C) en un point frontière p de Ω lorsqu'il existe une suite $\{p_n\}$ de points frontières p_n de Ω_n tendant vers p tels que l'on ait $\rho(E_{\Omega_n, p_n}) \geqq d_p > 0$[4] pour tout n suffisamment grand, où E_{Ω_n, p_n} désigne la projection de Ω_n ayant p_n comme centre, c'est-à-dire que l'ensemble de points de l'axe positif réel (dans le plans ξ) que parcourt le module du point $\xi = z - p_n$ lorsque z parcourt l'ensemble de points du petit cercle renfermant Ω_n, n'appartenant pas à Ω_n, et $\rho(E_{\Omega_n, p_n})$ désigne la longueur du segment de E_{Ω_n, p_n} aboutissant à l'origine (dans le plan ξ), et d_p est une constante ne dépendant que de p. A présent, nous démontrons le théorème suivant:

1) Cette hypothèse n'est pas essentielle, mais, dans cette Note, nous en supposons et d'ailleurs que chaque domaine considéré soit univalent.

2) C. Carathéodory, Untersuchungen über die konformen Abbildungen von festen und veränderlichen Gebieten, Math. Ann. **72** (1912), p. 125.

3) Ce théorème est encore vrai dans l'espace.

4) Cette condition montre que p_n est un point frontière régulier (pour le problème de Dirichlet). Voir, A. Beurling: Etude sur un problème de majoration (Upsal, 1933), p. 66.