92. Sur l'équation différentielle $y''=f(x,y,y')$.

Par Tokui SATÔ.

Institut de mathématiques, l'université de Hokkaido, Sapporo.

(Comm. by T. YOSIE, M.I.A., Nov. 12, 1937.)

1. Dans cette Note nous considérons l'équation différentielle

$$y''=f(x, y, y')\,. \tag{1}$$

Soient $\underline{y}(x)$ et $\overline{y}(x)$ deux solutions de (1) qui sont continues dans l'intervalle $0\leqq x\leqq a$ et telles que

$$\underline{y}(0)=\overline{y}(0)=1\,, \qquad \underline{y}(x)<\overline{y}(x)\,, \qquad 0<\overline{y}(x)\,,$$

les inégalités ayant lieu pour $0<x\leqq a$. Supposons que le second membre de l'équation (1) soit une fonction qui jouissent des propriétés suivantes:

1°. elle est positive et continue dans le domaine:

$$0\leqq x\leqq a\,, \qquad \underline{y}(x)\leqq y\leqq \overline{y}(x)\,, \qquad |y'|<+\infty;$$

2°. elle satisfait à la condition de Lipschitz par rapport à y et y';

3°. $f(x, y_1, y_1')<f(x, y_2, y_2')$ pour $y_1<y_2$, $y_1'\leqq y_2'$.

Nous nous bornons au cas où toute solution $y(x)$ de l'équation différentielle (1) telle que

$$y(0)=1 \tag{2}$$

peut se prolonger[1] à un point d'abcisse a en restant dans le domaine:

$$0\leqq x\leqq a\,, \qquad \underline{y}(x)\leqq y\leqq \overline{y}(x)\,, \tag{D}$$

et ne considérons désormais que des solutions assujetties à la condition (2).

Soient $y_1(x)$ et $y_2(x)$ deux solutions de l'équation différentielle (1) qui satisfont à la condition (2). Montrons que *si*

$$y_1'(0)<y_2'(0)\,, \tag{3}$$

on a

$$y_1(x)<y_2(x)\,, \qquad y_1'(x)<y_2'(x)$$

dans tout l'intervalle $0<x\leqq a$.

---

1) Pour cela, il suffit que $f(x, y, y')$ satisfasse à la condition de M. Nagumo:

$$|f(x, y, y')|\leqq \psi(y)\,\varphi(|\,y'\,|)$$

$$\int_0^\infty \frac{u}{\varphi(u)}\,du=+\infty\,, \qquad \int_\alpha^\beta \psi(u)\,du<+\infty\,,$$

où $\alpha=\min\limits_{0\leq x\leq a}\{\underline{y}(x)\}\,, \qquad \beta=\max\limits_{0\leq x\leq a}\{\overline{y}(x)\}\,.$

(M. Nagumo. Proc. of the phys.-math. Soc. of Japan. 3. Ser. Vol. 19. 1937.)