11. Die Projektive Theorie der "paths" 3-ter Ordnung $x^{(3)i}+H^i(x, x^{(1)}, x^{(2)})=0$.

Von Hitoshi HOMBU.

Geometrisches Seminar, Kaiserliche Hokkaido Universität, Sapporo.

(Comm. by S. KAKEYA, M.I.A., Feb. 12, 1938.)

1. In einer n-dimensionalen Mannigfaltigkeit, welche auf die Koordinaten (x^i) bezogen ist, trägt ein System der verallgemeinerten "paths" 3-ter Ordnung, deren Gleichungen

$$x^{(3)i}+H^i(x, x^{(1)}, x^{(2)})=0 \tag{1}$$

$(x^{(m)i}=d^m x^i/dt^m,\ m=1, 2, 3)$ sind, den Parameter t als *projektiv*, wenn die Beziehungen

$$\text{(a)}\quad H^i_{(1)j}x^{(1)j}+2H^i_{(2)j}x^{(2)j}=3H^i, \qquad \text{(b)}\quad H^i_{(2)j}x^{(1)j}=-3x^{(2)i} \tag{2}$$

gelten.[1] Dann wird die *projektive* (oder *bahntreue*) Transformation, die (1) in ein anderes System der "paths" $x^{(3)i}+\tilde{H}^i(x, x^{(1)}, x^{(2)})=0$ überführt, einfach so geschrieben:

$$\tilde{H}^i(x, x^{(1)}, x^{(2)})=H^i(x, x^{(1)}, x^{(2)})+\rho(x, x^{(1)}, x^{(2)})x^{(1)i} \ {}^{1)} \tag{3}$$

Umgekehrt: *wenn ein System $x^{(3)i}+\check{H}^i=0$ und jedes mit ihm projektiv verwandte System $x^{(3)i}+\tilde{H}^i=0$ sich auf die Relation von der Gestalt wie (3) beziehen, so ist das System $x^{(3)i}+\check{H}^i=0$ mit einem* (nicht einzigem) *System $x^{(3)i}+H^i=0$, das den projektiven Parameter t trägt, projektiv verwandt.*[2] (Der Beweis ist nicht schwierig.)

In dem Fall, wo in (3) nicht nur das ursprüngliche System sondern auch das transformierte System die projektiven Parameter tragen, haben wir sogleich

$$\text{(a)}\quad \rho_{(1)j}x^{(1)j}+2\rho_{(2)j}x^{(2)j}=2\rho, \qquad \text{(b)}\quad \rho_{(2)j}x^{(1)j}=0. \tag{4}$$

Im folgenden möchten wir die Eigenschaften, welche von der Transformation (3) (mit der Bedingung (4)) nicht zerstört werden, untersuchen. Dadurch können wir nach dem oben erklärten Satz die Eigenschaften der grössten projektiven Klasse erkennen, von der je zwei Systeme sich auf eine Relation (3)[3] beziehen.

2. Aus (4) leiten wir her

$$\tilde{H}^i_{(1)j}=H^i_{(1)j}+\rho_{(1)j}x^{(1)i}+\rho\delta^i_j, \qquad \tilde{H}^l_{(i)l}=H^l_{(1)l}+\rho_{(1)l}x^{(1)l}+n\rho, \tag{5}$$

$$\tilde{H}^i_{(2)j}=H^i_{(2)j}+\rho_{(2)j}x^{(1)i}, \qquad \tilde{H}^l_{(2)l}=H^l_{(2)l}. \tag{6}$$

---

1) H. Hombu, Projektiver Parameter der verallgemeinerten "paths," Proc. **13** (1937), (4) bzw. (9).

2) Diese Systeme haben die kennzeichnende Eigenschaft, dass durch ein beliebiges Linienelement 2-ter Ordnung einzige Integralkurve jedes Systems existiert.

3) Dabei ist (4) nicht bedingt.