69. *Une remarque concernant un problème de M. N. Lusin.*

Par Takeshi INAGAKI.

(Comm. by T. YOSIE, M.I.A., Oct. 12, 1938.)

Un ensemble C situé dans le plan $\mathfrak{J}_{xy}$[1] est dit *crible rectiligne*, s'il est composé d'une infinité dénombrable (ou fini) d'ensembles fermés situés sur des droites parallèles à l'axe $\mathfrak{J}_x$.

Comme on sait, tous les ensembles analytiques linéaires quelconques, mesurables B ou non, sont définits au moyen de cribles rectilignes. Dans cette Note, nous considérons seulement un crible rectiligne définissant un ensemble analytique non mesurable B. Dans ce cas, le complémentaire $\mathscr{E}$ de l'ensemble analytique criblé au moyen de crible rectiligne C est décomposé complètement en ses constituantes, toutes mesurables B,

$$\mathscr{E}=\mathscr{E}_0+\mathscr{E}_1+\cdots+\mathscr{E}_\alpha+\cdots|\Omega. \tag{1}$$

Comme l'ensemble $\mathscr{E}$ est non mesurable B, parmi les constituantes $\mathscr{E}_\alpha$ du développement (1) il y a une infinité non dénombrable des constituantes non nulles. Il est manifeste que la nature des constituantes $\mathscr{E}_\alpha$ du développement (1) se rapport à celle du crible rectiligne C.

Dans un article,[2] M. N. Lusin a exprimé plusieurs problèmes concernant quelque relation entre un crible rectiligne C et des constituantes $\mathscr{E}_\alpha$ du développement (1) de l'ensemble complémentaire analytique correspondant à C.

Tout d'abord nous appelons *isolateur* de $\mathscr{E}_\alpha$ un ensemble H_α tel qu'il renferme tolalement $\mathscr{E}_\alpha$ et il ne contient aucun point d'une constituante $\mathscr{E}_{\alpha'}$ différent de $\mathscr{E}_\alpha$, $\alpha' \neq \alpha$. Puis, d'après M. N. Lusin, une constituante $\mathscr{E}_\alpha$ est dite *isoilée*, s'il existe un isolateur H_α de classe inférieure à celle de $\mathscr{E}_\alpha$.

Cette définition étant posée, M. N. Lusin a proposé le problème suivant (le problème V dans son article cité):

Reconnaître, s'il est possible de définir un crible rectiligne C tel que toutes les constituantes $\mathscr{E}_\alpha$ à partir d'un certain rang soient isolées?

Il semble que c'est assez difficile à donner la réponse affirmative de ce problème. Pour mettre en lumière la complexité de la distribution des constituantes $\mathscr{E}_\alpha$, il sera intéressant de définir un crible rectiligne qui n'a pas la propriété énoncée dans ce problème.

Le but de cette Note est à démontrer la proposition suivante:

Théorème. Il existe un crible rectiligne C tel qu'une infinité non

---

1) D'après M. N. Lusin, nous désignons par $\mathfrak{J}_x$, $\mathfrak{J}_t$ etc. l'ensemble de tous les points irrationnels dans un domaine linéaire, si l'on considére l'ensemble des points irrationnels comme appartenant aux axes OX, OT etc. L'ensemble produit cartésien $\mathfrak{J}_x\times\mathfrak{J}_y$ ou bien $\mathfrak{J}_x\times\mathfrak{J}_y\times\mathfrak{J}_z$ sera désigné par $\mathfrak{J}_{xy}$ ou bien par $\mathfrak{J}_{xyz}$.

2) N. Lusin, *Sur les ensembles analytiques nuls.* Fund. Math., t. **25** (1935), p. 121–125.