83. *Sur les circonférences généralisées dans les espaces à connexion conforme.*

Par Kentaro YANO.
Institut de Mathématiques, Université Impériale de Tokio.

(Comm. by S. KAKEYA, M.I.A., Nov. 12, 1938.)

Dans une Note précédente,[1] nous avons montré comment on peut expliquer, du point de vue géométrique de M. E. Cartan, la théorie analytique des espaces à connexion conforme de l'Ecole de Princeton.

Dans cette Note, nous allons généraliser, avec la méthode du repère mobile de M. E. Cartan, la notion de circonférences d'espaces conformes ordinaires.

Prenons, à chaque point de la variété à connexion conforme, un repère naturel[1] $(n+2)$—sphérique formé avec deux points analytiques A_0 et A_∞ et n sphères analytiques A_i $(i, j, \dots = 1, 2, \dots, n)$ passant par A_0 et A_∞, A_0 étant le point de contact. Alors, on aura

$$A_0^2 = A_\infty^2 = A_0 A_j = A_\infty A_j = 0\,, \quad A_0 A_\infty = -1\,, \quad A_i A_j = G_{ij} = g_{ij}/g^{\frac{1}{n}}\,,$$

où g_{ij} sont des composantes du tenseur fondamental et g est le déterminant formé avec les g_{ij}.

La connexion conforme étant définie par

$$dA_P = \omega_P^Q A_Q \qquad (P, Q, R, \dots = 0, 1, 2, \dots, n, \infty)\,,$$

nous avons par rapport au repère naturel,

$$\Pi_{0k}^{\infty} = \Pi_{\infty k}^{0} = \Pi_{0k}^{0} = \Pi_{\infty k}^{\infty} = 0\,, \quad \Pi_{0j}^{i} = \delta_j^i\,, \quad \Pi_{jk}^{\infty} = G_{jk}\,, \quad G_{ij}\Pi_{\infty k}^{i} = \Pi_{jk}^{0}$$

$$G_{lj}\Pi_{ik}^{l} + G_{il}\Pi_{jk}^{l} = \frac{\partial G_{ij}}{\partial u^k}\,, \tag{1}$$

où

$$\omega_P^Q = \Pi_{Pk}^Q du^k\,,$$

et u^k sont des coordonnées des points de la variété.

Cela étant, dans un espace conforme ordinaire, une circonférence, passant par les points A_0 et A_∞, peut être définie par

$$\rho A = A_0 + t \cdot v^i A_i + \frac{1}{2} t^2 \cdot G_{ij} v^i v^j A_\infty\,,$$

où ρ est un facteur arbitraire (fonction de t) et v^i et G_{ij} $(= A_i \cdot A_j)$ sont des constantes.

Donc, l'équation différentielle pour les circonférences peut être mise sous la forme suivante:

$$\frac{d^3 \rho A}{dt^3} = 0\,.$$

Nous prenons cette équation comme celle qui définit la circonférence généralisée dans les espaces à connexion conforme.

---

1) K. Yano: Remarques relatives à la théorie des espaces à connexion conforme, Comptes Rendus, t. **206** (1938), 560–562.