

74. Die intrinsike Theorie der Geometrie des Systems der partiellen Differentialgleichungen.

Von Shisanji HOKARI.

Geometrisches Seminar der Hokkaido Kaiserlichen Universität, Sapporo.

(Comm. by M. FUJIWARA, M.I.A., Oct. 12, 1940.)

1. Die Geometrie der Bahnen, die von der Schule von Princeton zuerst entwickelt wurde, ist im Jahre 1937 von Herren Prof. Dr. A. Kawaguchi und H. Hombu¹⁾ im Falle des verallgemeinerten Systems der partiellen Differentialgleichungen m -ter Ordnung

$$(1) \frac{\partial^m x^i}{\partial u^{a_1} \partial u^{a_2} \dots \partial u^{a_m}} + H_{a_1 a_2 \dots a_m}^i \left(u^\beta, x^j, \frac{\partial x^j}{\partial u^\beta}, \dots, \frac{\partial^{m-1} x^j}{\partial u^{\beta_1} \partial u^{\beta_2} \dots \partial u^{\beta_{m-1}}} \right) = 0^{2)}$$

erweitert worden. Die dabei verfolgte Geometrie hat wirklich die Gruppe der Koordinatentransformationen $x^{i'} = x^{i'}(x^i)$ und der linearen Parametertransformationen von der Gestalt

$$u^{a'} = U_a^{a'} u^a + U^{a'} \quad (U_a^{a'}, U^{a'} : \text{Konstanten})$$

zugrundegelegt.

Die sogenannte intrinsike Theorie im Sinne von E. Bortolotti besagt, dass sie unter der Koordinaten- und den allgemeinen Parametertransformationen :

$$(2) \quad x^{i'} = x^{i'}(x^1, x^2, \dots, x^n), \quad u^{a'} = u^{a'}(u^1, u^2, \dots, u^K)$$

invariant ist. Es stellt sich die ausserordentliche Schwierigkeit bei der Grundlegung der intrinsiken geometrischen Theorie der partiellen Differentialgleichungen m -ter Ordnung für $m \geq 3$ und $K \geq 2$ heraus; und die intrinsike Theorie im Falle $m=3$ und $K > 1$ ist neuest vom Verfasser durch die Eliminationsmethode für die allgemeine Form von $H_{a_1 a_2 a_3}^i$ entwickelt worden³⁾.

In der vorliegenden Arbeit möchten wir uns mit der Grundlegung der intrinsiken Theorie des Systems der partiellen Differentialgleichungen höherer Ordnung beschäftigen, indem wir eine solche Voraussetzung annehmen, dass sie sich in den Fällen für $m=4$ und $m=5$ erfüllen lässt.

2. Es seien x^i die Koordinaten eines Punktes in einer n -dimensionalen Mannigfaltigkeit X_n und u^a voneinander unabhängige Parameter. Mittels dieser Parameter wird jede K -dimensionale Fläche in X_n durch die Gleichungen $x^i = x^i(u^a)$ gegeben. In jedem Punkte der K -dimensionalen Fläche bestimmt ein Wertesystem der Grössen

1) A. Kawaguchi und H. Hombu, Die Geometrie des Systems der partiellen Differentialgleichungen, J. Fac. Sci., Hokkaido Imp. Univ., (I), **6** (1937), 21-62.

2) Im Folgenden laufen lateinische Indizes stets von 1 bis n , griechische von 1 bis K ($K < n$).

3) S. Hokari, Über die Geometrie des Systems der partiellen Differentialgleichungen dritter Ordnung, Proc. **16** (1940), 104-108.