65. *Sur le problème de M. Kunugui.*

Par Yosiro TUMURA.
Sizuoka Kotogakko.

(Comm. by S. KAKEYA, M.I.A., Oct. 11, 1941.)

1. Récemment, la théorie des fonctions uniformes et méromorphes dans le domaine arbitraire est étudiée par plusieurs auteurs, en particulier par MM. K. Kunugui[1)] et K. Nosiro[2)]. Soit $\varDelta$ les domaines, dont la frontière contient le point à l'infini, et supposons que la frontière γ de $\varDelta$ à distance fini consiste de l'infinité dénomblable des courbes analytiques. Soit, encore, $w=f(z)$ une fonction uniforme et méromorphe dans $\varDelta$ et sur γ, telle que $f(z)$ prend dans $\varDelta$ les valeurs du domaine W_0 de w-plan dont la frontière consiste de q' courbes fermés $\Gamma_1, \dots, \Gamma_{q'}$, et sur γ les valeurs de Γ_μ. Si l'on considère la partie commune à $\varDelta$ et à $|z|>r_0$, pour assez grand r_0, sous ces hypothèses, on peut étudier l'ensemble d'accumulation (cluster set)[3)].

Soient $\varDelta(r)$ les parties communes à $\varDelta$ et au cercle $|z|<r$, $\theta(r)$ arcs de $|z|=r$ dans $\varDelta$, et γ_μ la courbe frontière dont w-image recouvre Γ_μ. Désignons par $n(r, \Gamma_\mu)$ le nombre des courbes γ_μ fermées dans le cercle $|z|<r$, qui recouvrent d'entière fois. Désignons encore par $A(r)$ l'aire riemannienne de l'image $F(r)$ de $\varDelta(r)$, la proportion de $A(r)$ avec l'aire de W_0 par $S(r)$, et la longueur totale de l'image de $\theta(r)$ par $L(r)$. (Dans le cas où W_0 n'est pas borné, on emploie la métrique sphérique.)

Si a appartient à W_0, on écrit

$$T_f(r, \varDelta; a)=\frac{1}{2\pi}\int_0^{2\pi}\overset{+}{\log}\frac{1}{|f(re^{i\varphi})-a|}d\varphi+N(r, \varDelta; a),$$

où $n(r, \varDelta; a)$ est le nombre de racines de l'équation $f(z)-a=0$ dans $\varDelta(r)$, compté suivant leurs multiplicités, et $N(r, \varDelta; a)$ son intétrale logarithmique. Si l'on prend un domaine autre W_1, contenant $w=a$ à son intérieur et contenu dans W_0, M. Kunugui a indiqué que

$$T_f(r, \varDelta; a)-T_f(r, \varDelta_1; a)=0(1), \tag{1}$$

où $\varDelta_1$ est le domaine du z-plan correspondant à W_1, et a prédit, mai de cette année, que $T_f(r, \varDelta; a)$ soit invariant sauf le terme trivial quand a parcourt dans W_0. C'est le *problème* de M. Kunugui.

En employant la théorie de la surface de recouvrement de M. Ahlfors[4)], on peut prouver les théorèmes suivants[5)].

---

1) K. Kunugui: a) Sur un théorème de MM. Seidel-Beurling, Ce Proc. **15** (1939). b) Sur un Problème de M. Beurling, Ibid., **16** (1940).

2) K. Nosiro: a) On the theory of cluster sets of anal. functions, Jour. Fac. Sc. Hokkaido Imp. Univ. Ser. I, vol. **6** (1938). b) On the singularities of anal. func., Jap., Jour. Math., **17** (1940).

3) Voir p. ex. loc. cit. 1b) et 2b).

4) L. Ahlfors, Zur Theories der Überlagerungsfläche, Acta Math., **65** (1935).

5) Je prouverai quelques résultats de cette Note dans "Quelques applications de la théorie de M. Ahlfors," Jap. Jour. Math.