

PAPERS COMMUNICATED

**88. Einige Eigenschaften der endlichen separablen
algebraischen Erweiterungen über per-
fekten Körpern.**

Von Mikao MORIYA.

Mathematisches Institut der Hokkaido Kaiserlichen Universität zu Sapporo.

(Comm. by T. TAKAGI, M.I.A., Nov. 12, 1941.)

Die vorliegende Note soll als eine Vorbereitung meiner Arbeiten über die abelschen Erweiterungen über perfekten Körpern dienen, in denen die klassische *Klassenkörpertheorie im Kleinen* von einem sehr allgemeinen Standpunkt aus behandelt wird.

Hilfssatz 1. Es sei k ein exponentiell bewerteter Körper in bezug auf einen Primdivisor $\mathfrak{p}$ und K eine endliche Erweiterung vom Grade n über k . Ist dann $\mathfrak{P}$ ein Primteiler von $\mathfrak{p}$ aus K , so ist der Restklassenkörper $\mathfrak{K}$ nach $\mathfrak{P}$ in K endlich algebraisch von einem Grade $\leq n$ über dem Restklassenkörper $\mathfrak{k}$ nach $\mathfrak{p}$ in k .

Beweis. Es sei $\bar{\omega}_1, \dots, \bar{\omega}_m$ ein Elementensystem aus $\mathfrak{K}$ und $m > n$. Ferner sei ω_i ein Repräsentant aus $\bar{\omega}_i$ ($1 \leq i \leq m$). Dann gilt für die für $\mathfrak{p}$ ganzen Elemente $a_1, \dots, a_m$ aus k :

$$\sum_{i=1}^m a_i \omega_i = 0,$$

weil $(K:k) = n < m$ ist. Ohne Einschränkung der Allgemeinheit kann man annehmen, daß unter den a_i mindestens eine Einheit (in bezug auf $\mathfrak{p}$) existiert. Geht man nun in den Restklassenkörper über, so erhält man

$$\sum_{i=1}^m \bar{a}_i \bar{\omega}_i = 0,$$

wo die $\bar{a}_i$ Elemente aus $\mathfrak{k}$ bedeuten und mindestens eines von den $\bar{a}_i$ von Null verschieden ist. Somit ist gezeigt, daß die $\bar{\omega}_1, \dots, \bar{\omega}_m$ über $\mathfrak{k}$ linear abhängig sind. Hieraus schließt man in geläufiger Weise, daß $\mathfrak{K}$ über $\mathfrak{k}$ endlich algebraisch von einem Grade $\leq n$ ist.

Im folgenden bezeichne k durchweg einen perfekten Körper in bezug auf einen (Exponenten-) Primdivisor $\mathfrak{p}$, und K sei eine endliche separable Erweiterung vom Grade n über k . Dann besitzt K bekanntlich nur einen einzigen Primteiler $\mathfrak{P}$ von $\mathfrak{p}$. Wir können im folgenden ohne Mißverständnis vom Restklassenkörper von K bzw. k sprechen, indem wir darunter stets den Restklassenkörper $K/\mathfrak{P}$ bzw. $k/\mathfrak{p}$ verstehen, und bezeichnen ihn mit $\mathfrak{K}$ bzw. $\mathfrak{k}$.

Betrachtet man nun die Wertgruppe $w(K)$ bzw. $w(k)$ von K bzw. k , so ist $w(K)/w(k)$ endlich. Wenn man also mit f und e bzw. $(K:k)$ und $(w(K):w(k))$ bezeichnet, so gilt stets:

$$ef \mid n.$$