101. Sur le principe du maximum dans la théorie du potentiel.

Par Yôiti YOSIDA.

Institut de Mathématiques, Université Impériale de Hokkaidô, Sapporo.

(Comm. by T. YOSIE, M.I.A., Dec. 12, 1941.)

1. Dans cette Note nous considérons le potentiel

$$u(P)=\int_F \frac{1}{r_{PQ}^{\alpha}} d\mu_Q \qquad (1 \leqq \alpha < 3)$$

déterminé par la répartition d'une masse positive μ sur un ensemble fermé et borné F.

Le principe du maximum, dont il s'agit dans la suite, s'énonce comme il suit:

I. *Si partout sur* F

$$u(P) \leqq M, \tag{1}$$

la même inégalité a lieu en tous les points de l'espace.

Ce théorème a été établi par M. Frostman[1] dans un mémoire important publié en 1935. Sa démonstration, s'appuyant sur la méthode du balayage, présuppose au fond la résolution du problème de la répartition d'équilibre, qui est d'ailleurs le point de départ de toute sa théorie. Dans ce qui suit, nous nous proposons de démontrer le principe *ne faisant appel qu'aux éléments de la théorie de l'intégrale.*

Ainsi établi, ce principe permettra de simplifier considérablement les raisonnements employés par M. Frostman pour résoudre le problème mentionné plus haut. On pourra, en effet, se dispenser d'envisager préalablement, comme l'a fait M. Frostman, le cas particulier d'un domaine fermé qui satisfait à la condition de Poincaré, mais aborder directement le problème dans toute sa généralité.

Il y a lieu de remarquer que la démonstration de I qui sera donnée au numéro 3 de cette Note s'applique, à de petits changements près, aux propositions suivantes;

II. *Soit* $f(P)$ *une fonction surharmonique et continue dans tout l'espace. Si* $u(P) \leqq f(P)$ *sur* F *sauf sur un ensemble de capacité nulle*[2], *la même inégalité a lieu en tous les points de l'espace.*

III. *Soit, dans le cas où* $\alpha=1$,

$$v(P)=\int_F \frac{1}{r_{PQ}} d\nu_Q$$

un autre potentiel déterminé par la répartition sur F *d'une masse positive* ν. *Si* $u(P) \leqq v(P)$ *sur* F *sauf sur un ensemble de capacité nulle*[2], *la même inégalité a lieu en tous les points de l'espace.*

---

1) Potentiel d'équilibre et capacité des ensembles. (Lund). Voir aussi A. T. Maria, The potential of a positive mass and the weight function of Wiener, Proc. of the Nat. Ac. of U.S.A. **20**.

2) On suppose que F soit de capacité positive.