

96. Sätze über ein System von Pfaffschen Ausdrücken in der Mannigfaltigkeit von K -dimensionalen Flächenelementen und ihre Anwendungen.

Von Shisanji HOKARI.

Geometrisches Seminar der Hokkaido Kaiserlichen Universität, Sapporo.

(Comm. by S. KAKIYA, M.I.A., Dec. 12, 1941.)

1. Wir haben in der vorhergehenden Arbeit einige Sätze über ein intrinsikales System von Pfaffschen Ausdrücken in $K_n^{(m)}$ oder $K_n^{*(m)}$ betrachtet¹⁾. Wir können diese Sätze in der Mannigfaltigkeit von K -dimensionalen Flächenelementen übersetzen. Es seien x^i ($i, j, k, \dots = 1, 2, \dots, n$) die Koordinaten eines Punktes in einer n -dimensionalen Mannigfaltigkeit X_n und u^a ($a, \beta, \gamma, \dots = 1, 2, \dots, K$; $K \leq n$) voneinander unabhängige Parameter. Mittels dieser Parameter wird jede K -dimensionale Fläche in X_n durch die Gleichungen $x^i = x^i(u^1, u^2, \dots, u^K)$ gegeben. In jedem Punkte der K -dimensionalen Fläche bestimmt ein Wertesystem der Grössen

$$(1) \quad x^i = x^i(u^a), \quad p_{a(1)}^i \equiv p_{a_1}^i = \frac{\partial x^i}{\partial u^{a_1}}, \quad \dots, \quad p_{a(m)}^i = p_{a_1 a_2 \dots a_m}^i = \frac{\partial^m x^i}{\partial u^{a_1} \partial u^{a_2} \dots \partial u^{a_m}},$$

welches ein Flächenelement m -ter Ordnung genannt wird. Wenn wir jetzt in jedem Punkte von X_n ein beliebiges Wertesystem $(x^i, p_{a(1)}^i, \dots, p_{a(m)}^i)$

adjungieren, so kommt bekanntlich die $n \binom{m+K}{K}$ -dimensionale Mannigfaltigkeit $F_n^{(m)}$ zustande, die aus allen Wertesystemen $(x^i, p_{a(1)}^i, \dots, p_{a(m)}^i)$ besteht. Wir bezeichnen auch im Folgenden die $F_n^{(m)} \times u$ -Mannigfaltigkeit mit $F_n^{*(m)}$, welche aus allen Wertesystemen $(u^a, x^i, p_{a(1)}^i, \dots, p_{a(m)}^i)$ besteht. So beschäftigen wir uns mit der Untersuchung des Systems von Pfaffschen Ausdrücken

$$(2) \quad Q_{i(s)}^i = \sum_{r=0}^s P_{j\gamma(s)}^{ia(r)} dp_{a(r)}^j + Q_{i(s)a}^i du^a, \quad 0 \leq s \leq m$$

in $F_n^{*(m)}$, wobei die Funktionen $P_{j\gamma(s)}^{ia(r)}$ und $Q_{i(s)a}^i$ Grössen in $F_n^{*(m)}$ und bezüglich $\gamma_1, \gamma_2, \dots, \gamma_s$ symmetrisch sind.

2. Die sogenannte intrinsike Theorie im Sinne von E. Bortolotti besagt, dass sie unter den Koordinaten- und Parametertransformationen

$$(3a) \quad x^{i'} = x^{i'}(x^i), \quad (3b) \quad u^{a'} = u^{a'}(u^a)$$

invariant ist. Bei der Parametertransformation (3b) transformiert sich die Grösse $p_{a(r)}^i$ folgendermassen:

$$(4) \quad p_{a'(r)}^{i'} = \sum_{s=1}^r A_{a'(r)}^{a(s)} p_{a(s)}^i,$$

1) S. Hokari, Einige Sätze über ein System von Pfaffschen Ausdrücken und ihre Anwendungen, Proc. **17** (1941), 434-443.