92. *Sur la réductibilité des anneaux des opérateurs.*

Par Motokiti KONDÔ.

L'institut mathématique, l'université impériale de Kyusyu, Fukuoka.

(Comm. by S. KAKEYA, M.I.A., July 12, 1944.)

Le but de cette note est de rechercher la réductibilité des anneaux des opérateurs. Comme nous avons vu dans une autre note[1], il y a les diverses définitions des sommes directes des espaces et nous devons considérer les réductibilités des anneaux des opérateurs qui correspondent à celles. Et, les propriétés globaux des réductibilités ont synthetisée par celles qui correspondent aux sommes directes des espaces. Or, dans cette note, nous nous bornons de la voir au point des sommes directes (L_p).

Le résultat principal de cette note est de donner la décomposition complète d'un anneaux $\mathscr{M}$ des opérateurs en les anneaux $\mathscr{M}_\lambda$ $(\lambda \in \Lambda)$ des opérateurs de manière que

(1) $\mathscr{M}$ est une somme directe (L_p) de $\mathscr{M}_\lambda$ $(\lambda \in \Lambda)$,

(2) quand $\mathscr{M}$ est une somme directe (L_p) des ideaux $\mathscr{M}^{(k)}$ $(k=1, 2, \dots, n)$ de deux côtés de $\mathscr{M}$, $\mathscr{M}^{(k)}$ $(k=1, 2, \dots, n)$ sont aussi les sommes directes (L_p) de quelques de $\mathscr{M}_\lambda$,

et c'est une extension directe du résultat annoncé de M. J. v. Neumann[3] sur les anneaux réductibles des opérateurs d'un espace hilbertien. De plus, la démonstration de notre résultat est du de "Somentheorie" de M. C. Caratheodory[4] et il me parait qu'il est une des applications intéressantes de ce théorie.

1. Soient $\mathfrak{B}$ un espace linéaire, normé et complet, et $\mathscr{M}$ un anneau borné des opérateurs[2] sur celui. Quand un sous-ensemble $\mathscr{A}$ de $\mathscr{M}$ remplit les conditions:

1) $A_k \in \mathscr{A}$ $(k=1, 2, \dots, n)$ entrainent $\sum_{k=1}^{n} A_k B_k \in \mathscr{A}$ $(\sum_{k=1}^{n} B_k A_k \in \mathscr{A})$ pour les éléments B_k $(k=1, 2, \dots, n)$ de $\mathscr{M}$,

2) $\mathscr{A}$ est fermé dans $\mathscr{M}$ par rapport à quelque topologie,

nous l'appelons un idéal droit (gauche) de $\mathscr{M}$, et quand $\mathscr{A}$ est un idéal droit et celui gauche en même temps, nous l'appelons un idéal de deux côtés.

Puis, lorsqu'il existe les idéaux droits $\mathscr{A}_k$ $(k=1, 2, \dots, n)$ de $\mathscr{M}$ tels que tout élément A de $\mathscr{M}$ peut être écrire univoquement sous la forme $A = A_1 + A_2 + \dots + A_n$, où $A_k \in \mathscr{A}_k$ $(k=1, 2, \dots, n)$, nous dirons que $\mathscr{M}$ est une somme directe de $\mathscr{A}_k$, et nous désignons ce fait par

---

1) M. Kondô, Sur les sommes directes des espaces linéaires, paru dans ce journal.

2) Pour les terminologies, voir ma note, M. Kondô, Les anneaux des opérateurs et les dimensions, paru dans ce journal.

3) Il est annoncé dans sa mémoire, J. v. Neumann, On infinite direct products. Comp. Math., t. **6** (1939).

4) C. Caratheodory, Entwurf für eine Algebraisierung des Integralbegriffs, Münch. Sitzungsberichte, 1938, et Über die Differentiation von Massfunktionen. Math. Zeitschrift. t. **46** (1940).