114. Zur Theorie der hyperabelschen Funktionen, II.

Von Hiraku TÔYAMA.
Mathematisches Institut, Tokyo Kogyo Daigaku.
(Comm. by M. FUJIWARA, M.I.A., Oct. 12, 1944.)

Im folgenden will ich wiederum das früher von mir untersuchte Problem aufnehmen[1],—das Problem von A. Weil,[2] das lautet: Enthalten alle Darstellungsklassen der Fundamentalgruppe der geschlossenen Riemannschen Fläche die *unitären* Darstellungen oder nicht? In dieser Arbeit ist das Problem ($p > 1$) *im bejahenden Sinne* gelöst. Dazu seien zunächst einige Hilfssätze vorausgeschickt.

Hilfssatz 1. *Wenn die Eigenwerte in der Verzweigungspunkten festgesetzt sind, ist die Mannigfaltigkeit $\mathfrak{M}$ aller Darstellungen zusammenhängend.*

Beweis. In $\mathfrak{M}$ seien zwei beliebige Darstellungen

$$A_1, B_1, A_2, B_2, \dots A_p, B_p, C_1(=F_1D_1F_1^{-1}), C_2(=F_2D_2F_2^{-1}) \dots C_l(=F_lD_lF_l^{-1})$$

$$A'_1, B'_1, A'_2, B'_2, \dots A'_p, B'_p, C'_1(=F'_1D_1F_1'^{-1}), C'_2(=F'_2D_2\dot{F}'^{-1}) \dots C'_l(=F'_lD_eF_l'^{-1})$$

gegeben, wo $D_1, D_2 \dots D_l$ Diagonalmatrizen der vorgeschriebenen Eigenwerte sind. Nun sind in $\cdot\mathfrak{M}$ die Teilmannigfaltigkeiten mit der Bedingungen $|A_2|=0$, $|B_2|=0 \dots |A_p|=0$, $|B_p|=0$, $|F_1|=0, \dots |F_l|=0$ und $\psi(A_2, B_2 \dots A_p, B_p, F_1 \dots F_e)=0$ eingebettet, wo $\psi(A_2, \dots F_l)$ die symmetrische Funktion $\Pi(1-\lambda_i)\Pi(1-\lambda_i\lambda_k)\Pi(1-\lambda_i\lambda_k\lambda_e) \dots \Pi(1-\lambda_i\lambda_k \dots \lambda_s)$ der Eigenwerte λ_i der Matrix $A_2^{-1}B_2^{-1}A_2B_2 \dots A_pB_pC_1 \dots C_l$,· deshalb eine rationale Funktion der $A_2, B_2, \dots A_p, B_p, F_1 \dots F_l$ ist. Alle diese Mannigfaltigkeiten sind höchstens $(m-2)$-dimensional[3] $\big(m=4r^2(p-1)+2r^2l\big)$, so kann man die Punkte mit stetiger Kurve verbinden, ohne jene Mannigfaltigkeiten zu schneiden. Dann kann man durch einen Kunstgriff[4] die dazu entsprechenden A_1 und B_1 stetig bestimmen. Damit können jene zwei Punkte mit stetiger Kurve verbunden werden.

Hilfssatz 2. *$\mathfrak{M}$ sei der Raum aller Darstellungsklassen, so ist er auch zusammenhängend.*

Beweis. Nach einem Satz über den Zerlegungsraum[5], ist die topologische Eigenschaft des Zerlegungsraumes $\mathfrak{N}$ eindeutig bestimmt. Wenn $\mathfrak{N}$ nicht zusammenhängend wäre, d. h. $\mathfrak{N}=\mathfrak{N}_1+\mathfrak{N}_2$, wo beide $\mathfrak{N}_1, \mathfrak{N}_2$ abgeschlossen sind, so würde $\mathfrak{M}$ dementsprechend in zwei abge-

---

1) H. Tôyama, Zur Theorie der hyperabelschen Funktionen, Proc. **19**, (1943), 415–419. (Im folgenden zitiert mit HA, I).

——, Über die Darstellungsklassen der Fundamentalgruppe, Proc. of the Physico-Math. Soc. of Japan, **26** (1944).

2) A. Weil, Généralisation des fonctions abéliennes, Journal de mathématiques pures et appliquées, **17** (1938), 47–87.

3) In dieser Arbeit ist unter dem Wort „Dimension" nur die topologische Dimension verstanden.

4) HA, I. S. 417.

5) Alexandroff-Hopf, Topologie, I. S. 63 und 96.