

PAPERS COMMUNICATED

1. Über Verzerrungen bei der konformen Parallelschlitzabbildung von zweifach zusammenhängenden Gebieten.

Von Yûsaku KOMATU,

Mathematisches Institut, Kaiserliche Universität zu Tokyo.

(Comm. by S. KAKEYA, M.I.A., Jan. 12, 1945.)

1. Ein Verzerrungssatz.

Gegeben sei ein beliebiges den unendlichfernen Punkt enthaltendes zweifach zusammenhängendes Gebiet Δ in der komplexen Z -Ebene, dessen beide Randkomponenten wir mit Γ_0 und Γ_1 bezeichnen. Nach einem Satze von de Possel läßt es sich stets auf ein in der ω -Ebene gelegenes Schlitzgebiet G konform abbilden, welches durch Aufschlitzen längs zwei zur reellen Achse paralleler Strecken (eine oder beide von ihnen mögen evtl. zu Punkten ausarten) entsteht. Die solche Abbildung vermittelnde Funktion

$$\omega = \omega(Z)$$

wird durch die Normierungsbedingung

$$\lim_{Z \rightarrow \infty} (\omega(Z) - Z) = 0$$

eindeutig bestimmt. Auf Grund dieser Eindeutigkeit wird es insbesondere übersehen, daß unter den formal schwächeren Nebenbedingungen

$$\omega(\infty) = \infty, \quad \omega'(\infty) = 1$$

die Differenz $\beta_1 - \beta_0$ eine konforme Invariante ist, wobei β_0 und β_1 diejenigen konstanten Werte bedeuten, die $\Im \omega(Z)$ auf Γ_0 bzw. Γ_1 nimmt, d. h. $\beta_1 - \beta_0$ den vertikalen Abstand zwischen zwei Bildschlitzen in der ω -Ebene darstellt.

Bezeichnen wir weiter die maximalen und minimalen Höhen der Randkomponenten Γ_ν von der reellen Achse mit M_ν bzw. m_ν , d. h. setzen wir

$$\text{Max}_{Z \in \Gamma_\nu} \Im Z = M_\nu, \quad \text{Min}_{Z \in \Gamma_\nu} \Im Z = m_\nu \quad (\nu = 0, 1),$$

dann gilt der folgende

Satz. *Es gelten stets die Verzerrungsungleichungen*

$$m_1 - M_0 \leq \beta_1 - \beta_0 \leq M_1 - m_0.$$

Jedes Gleichheitszeichen tritt hierbei nur dann auf, wenn das ursprüngliche Gebiet Δ selbst ein Parallelschlitzgebiet derselben Art wie G ist.

2. Beweis des Satzes.

Wir sollen zunächst den eigentlichen Fall erledigen, wo Γ_0 und Γ_1 beide Kontinuen sind, und können wir uns ohne weiteres wegen der üblichen Gebietskernbetrachtung auf Gebiete mit beiden glatten Rand-