111. *Structures paragraduées (groupes, anneaux, modules).* II

Par Marc KRASNER*) et Mirjana VUKOVIĆ**)

(Communicated by Shokichi IYANAGA, M. J. A., Dec. 12, 1986)

3. **Point de vue homogène.** On considère les parties homogènes H des groupes G avec la composition partielle xy induite par celle de G (la composabilité des $x, y \in H$ est notée $x \sharp y$ et équivaut à $xy \in H$ dans G). On appelera une structure $(H; xy)$, où xy est une composition partielle, *paragroupoïde* si elle est de ce type. Soit $H(x)=\{y \in H; x \sharp y\}$. Alors, en traduisant les parties des axiomes 1°)–3°), qui ne font intervenir que les éléments de H et leur composition *partielle* dans H, on obtient, d'abord, les conditions (I*)–(III*) suivantes, pour que $(H; xy)$ soit un paragroupoïde:

(I*) Il existe $1 \in H$ tel que, pour tout $x \in H$, on ait $1 \sharp x$ et $1x=x$.

(II*) a) Si $x \in H$, la composition xy est partout définie sur $g(u)=\{v \in H; H(v) \supseteq H(u)\}$, et $g(u)$ est un groupe par rapport à cette composition;

b) Si $x \sharp y$, on a $y \sharp x$, et il existe un $z=z(x, y) \in H$ tel que $z \sharp xy$, $yx=z(x, y)xy$ et $H(z) \supseteq H(x) \cup H(y)$.

Remarques. 1) Un $g \subseteq H$ est dit un *sous-groupe* de H si xy y est partout définie et g est un groupe par rapport à cette composition;

2) Un sous-groupe g de H est dit *fortement saturé* si $x \in g$ implique $g(x) \subseteq g$.

(III*) Si $A \subseteq H$ est tel que, pour tous $x, y \in A$, on ait $x \sharp y$, il existe un sous-groupe fortement saturé g de H tel que $A \subseteq g$.

Les structures $(H; xy)$ satisfaisant aux axiomes (I*)–(III*) s'appellent *quasi-groupoïdes*. Ce $(H; xy)$ est, en fait, une amalgame de groupes, à savoir celui de tous les sous-groupes fortement saturés de H. La structure $(H; xy)$ est un paragroupoïde ssi cette amalgame de groupe peut être immergé d'une manière invariante dans un groupe G (c'est-à-dire d'une manière telle que l'image de tout groupe de l'amalgame devienne un sous-groupe invariant de G) et de telle manière que G soit engendré par H juste avec le système R précédemment décrit de relations, réunion de l'ensemble des relations H-internes

$$\{xyz^{-1}=1; x, y, z \in H; x \sharp y, xy=z \text{ dans } H\}$$

et celui des relations gauches de commutation

$$\{z(x, y)xyx^{-1}y^{-1}=1; x, y \in H, yx=z(x, y)xy \text{ dans } G\}$$

obtenues après l'immersion. Pour étudier l'ensemble de telles immersions de $(H; xy)$ (à $(H; xy)$-isomorphie), on considère les fonctions $u: H \times H \rightarrow H$

*) Professeur émérite de l'Université de Paris VI. Décédé le 13 mai 1985 à l'âge de 73 ans.

**) Prirodno-matematički fakultet (Odsjek za matematiku) Vojvode Putnika 43/IV, 71000 Sarajevo, Jougoslavie.