100. *Structures paragraduées (groupes, anneaux, modules).* I

Par Marc KRASNER*) et Mirjana VUKOVIĆ**)

(Communicated by Shokichi IYANAGA, M. J. A., Nov. 12, 1986)

Les différentes structures graduées (groupes, anneaux, modules) forment les catégories qui ne sont pas fermés par rapport aux compositions directes ou cartésiennes telles que le support de la partie homogène de ces composés soit le produit cartésien restreint resp. cartésien de ceux des composantes. Pourtant, de telles compositions peuvent être définies, mais elles conduisent aux structures plus générales que les structures graduées, qui s'appellent *structures multigraduées*. D'autres part, les homomorphismes quasi-homogènes des structures graduées (et les quasi-homomorphismes de leurs parties homogènes) conduisent à un autre type de structures : groupes, anneaux et modules *quasi-graduées* et leurs correspondants homogènes *groupels*, *anels* et *monels*. Enfin, les Hom et les End des homogroupoïdes abéliens et des moduloïdes constituent une troisième généralisation naturelle des structures graduées.

L'idée vient qu'il existe peut-être des structures généralisant les structures graduées et englobant, comme cas particuliers, toutes les structures qu'on vient de mentionner, et qui soient, en plus, telles que, dans chacun des trois cas (groupes, anneaux, modules), leur catégorie soit fermée par rapport à leur composés direct et cartésien tel que le support de la partie homogène de ces composés soit le produit cartésien restreint resp. cartésien de ceux des composantes. Cette idée est exacte, et, en plus, ce point de vue est très éclairant pour les structures graduées elles-mêmes. On va appeler ces structures les *structures paragraduées* (du moins quand il s'agit des points de vue non-homogène et semi-homogène, car, du point de vue homogène, on est amené à considérer les structures quelque peu plus générales). Nous nous bornons à en donner les définitions, accompagnées de quelques remarques indispensables.

Groupes paragraduées.

1. Point de vue non-homogène. Soient G un groupe (écrit multiplicativement), $(\Delta, <)$ un ensemble ordonné, qui soit un demi-treillis complet inférieur et supérieurement inductif.

Une application $\pi : \Delta \to Sg(G)$, qui fait correspondre à chaque $\delta \in \Delta$ un sous-groupe $G_\delta \in Sg(G)$ de G, est dite une *paragraduation* de G avec l'ensemble des grades (ordonné) $(\Delta, <)$ si elle satisfait aux axiomes (I)–(VI)

---

*) Professeur émerite de l'Université de Paris VI. Décédé le 13 mai 1985 à l'âge de 73 ans.

**) Prirodno-matematički fakultet (Odsjek za matematiku) Vojvode Putnika 43/IV, 71000 Sarajevo, Jougoslavie.