102. *Estimation des fonctionnelles de Kac sur une variété compacte et première valeur propre de $\Delta+f$*

Par Bernard GAVEAU
Université P. et M. Curie, Mathématiques*)

(Communicated by Kôsaku YOSIDA, M. J. A., Dec. 12, 1984)

Résumé. On donne une estimée supérieure de $E\left(\exp\int_0^t f(x_s)ds\right)$ sur une variété riemannienne compacte.

Summary. An upper bound of $E\left(\exp\int_0^t f(x_s)ds\right)$ on a compact Riemannian manifold is obtained.

1. Notations. Soit V une variété riemannienne compacte de dimension n, g_{ij} sa métrique normalisée de sorte que le volume de V soit 1, Δ l'opérateur de Laplace-Beltrami de V. Pour toute fonction f intégrable sur V, on note

(1) $\bar{f}=\int_V f(x)dv(x)$ la moyenne de f

$\tilde{f}=f-\bar{f}$ l'oscillation de f par rapport à sa moyenne.

On note encore G l'opérateur de Green agissant sur les fonctions f de carré intégrable et de moyenne nulle.

$$\frac{1}{2}\Delta G=\delta.$$

Nommons opérateur de déviation ergodique, et notons Φ l'opérateur non linéaire sur les functions L^2 qui associe à toute fonction $f\in L^2$ la fonction

(2) $$\Phi(f)(x)=\|\nabla G\tilde{f}\|^2(x)$$

où $\nabla G\tilde{f}$ est la différentielle de $G\tilde{f}$ et $\|\ \|^2$ est le carré de la longueur des 1-formes pour la métrique duale de g_{ij}.

Notons encore $x_\omega(t)$ le mouvement brownien de V de générateur infinitésimal $(1/2)\Delta$, Ω est son espace de probabilité, E_x est l'espérance conditionnelle sachant que $x_\omega(0)=x$. (Voir [1] par exemple.)

2. Fonctionnelles de Kac sur V. f étant une fonction suffisamment régulière, on étudie la fonctionnelle de Kac [2]

(3) $$E_x\left(\exp\left(\int_0^t f(x_\omega(s))\,ds\right)\right)$$

lorsque $t\to+\infty$. Il est facile en utilisant le développement en série des fonctions propres de montrer

*) Tour 45-46-5ème étage, 4, place Jussieu, 75230 PARIS CEDEX 05.