

## 68. Suites limite-périodiques et théorie des nombres. III

Par J.-L. MAUCLAIRE

Pensionnaire à la Maison franco-japonaise

(Communicated by Kunihiko KODAIRA, M. J. A., June 12, 1980)

On conserve les notations des notes I et II de même titre.

On a d'abord le résultat suivant :

**Théorème 5.1.** *Soit  $I' : N^* \rightarrow \{0, 1\}$ . On suppose  $I' \in B^1$ , et que la série de Fourier associée à  $I'$  ne comporte que des "sommées de Ramanujan."*

*Alors,  $I'$  est associée dans  $B^1$  à la fonction caractéristique d'un ensemble  $\mu$ -intégrable de  $E$ .*

*Réciproquement, à la fonction caractéristique d'un ensemble  $\mu$ -intégrable de  $E$ , on peut associer un élément de  $B^1$  ne prenant que les valeurs 0 et 1 dont la série de Fourier ne comporte que des "sommées de Ramanujan."*

Ce résultat donne une caractérisation des fonctions de  $B^1$  induites par des éléments de  $L^1(E, d\mu)$  ne prenant que les valeurs 0 ou 1.

Un autre résultat relatif à certains ensembles d'entiers particuliers est le suivant :

**Théorème 5.2.** *Soit  $f(n)$  une fonction multiplicative telle que pour tout  $p$  et tout  $k \geq 0$ ,  $f(p^k) \geq 1$ .*

*On suppose que  $f \in B^1$ .*

*Soit  $\sigma_f(x)$  la distribution asymptotique de  $f$ . Alors, en tout point de continuité  $x$  de  $\sigma_f$ , la fonction*

$$I_x(n) = \begin{cases} 1 & \text{si } f(n) < x \\ 0 & \text{si } f(n) \geq x \end{cases}$$

*est un élément de  $B^1$  dont la série de Fourier ne comporte que des "sommées de Ramanujan."*

On remarquera que bon nombre de fonctions classiques vérifient les hypothèses du théorème; par exemple, la fonction  $\sigma(n)/n$ , dont la distribution est continue; la fonction  $(\varphi(n)/n)^{-1}$  entre dans la même catégorie [2]. On peut en déduire que la fonction  $J_x(n) = 1$  si  $\varphi(n)/n < x$ , 0 sinon,  $\in B^1$ . Le Théorème 2.2 nous donne aussi que  $\sigma_f(x) = \lim_{y \rightarrow \infty} (\prod_{p < y} (1 - (1/p))) \times \sum_{n \in E_y} I_x(n)/n$  aux points de continuité  $x$  de  $\sigma_f$ .

Enfin, si  $f_i$ ,  $1 \leq i \leq m$ , sont des fonctions vérifiant les hypothèses du Théorème 5.2, et si  $x_i$  sont des points de continuité de  $\sigma_{f_i}$ ,  $1 \leq i \leq m$ , alors, pour tout  $h \in B^1$ , on a :