

86. Sur l'Unicité du Prolongement des Solutions pour Quelques Equations Différentielles Paraboliques

Par Yujiro OHYA

Université de Kyoto

(Comm. by K. KUNUGI, M.J.A., July 12, 1961)

1. *Introduction.* Nous voulons donner un résultat pour l'unicité des solutions dans la direction de l'espace pour l'équation parabolique de la forme:

$$(1.1) \quad \left[\frac{\partial}{\partial t} - L \left(x, t, \frac{\partial}{\partial x} \right) \right] u(x, t) = 0$$

où L est un opérateur elliptique du quatrième ordre:

$$(1.2) \quad L = \left(\sum_{i,j=1}^n a_{ij}(x, t) \frac{\partial^2}{\partial x_i \partial x_j} \right)^2 + \left(\text{termes d'ordre} \leq 3 \text{ en } \left(\frac{\partial}{\partial x_1}, \dots, \frac{\partial}{\partial x_n} \right) \right)$$

$a_{ij}(x, t)$ étant des fonctions à valeurs réelles, vérifiant la condition suivante:

$$(1.3) \quad \sum_{i,j=1}^n a_{ij}(x, t) \xi_i \xi_j \geq \delta(x, t) |\xi|^2, \quad \delta(x, t) > 0$$

et de plus, pour simplifier le raisonnement, supposons que tous les coefficients dans (1.1) soient indéfiniment différentiables.

Notre but est de montrer le

THEOREME. *Soit $u(x, t)$ une solution de (1.1) au voisinage de l'origine $((x, t) = (0, 0))$. Si, sur l'hyperplan $x_n = 0$, $u(x, t)$ s'annule avec ses dérivées jusqu'à l'ordre 3, alors $u(x, t)$ s'annule identiquement dans un voisinage de l'origine.*

M. Mizohata a montré ce théorème pour l'opérateur $\left(\frac{\partial}{\partial t} - L \right)$, où L est un opérateur elliptique du second ordre. Mais, à ma connaissance, le théorème ci-dessus n'est pas encore connu. Ce travail a été inspiré par [3]. Voici la raison: Considérons le cas très simple, $L = \Delta^2$. Alors,

$$\Delta^2 - \frac{\partial}{\partial t} = \left(\Delta + \sqrt{\frac{\partial}{\partial t}} \right) \left(\Delta - \sqrt{\frac{\partial}{\partial t}} \right).$$

Comme on verra dans la suite, les deux opérateurs dans le second membre, ont le même caractère que les opérateurs elliptiques (à coefficients réels) du quatrième ordre.

Je tiens à exprimer ma vive gratitude à M. S. Mizohata pour ses suggestions et ses conseils.

2. On fait le changement des variables de telle manière que la solution transformée ait son support strictement convexe dans $x_n \geq 0$: