63. Zur Theorie der algebraischen Korrespondenzen II. Multiplikation der Korrespondenzen.

Von Kenkiti IWASAWA.
Mathematisches Institut, Kaiserliche Universität zu Tokio.
(Comm. by T. TAKAGI, M.I.A., Nov. 12, 1945.)

In dieser Note wollen wir die Multiplikation der algebraischen Korrespondenzen auf algebraischen Kurven definieren und einige Sätze darüber herleiten. Der Multiplikatorenmodul und der Multiplikatorenring der algebraischen Kurve sollen auch eingeführt werden. Die Bezeichnungen wie k, P_l, P_m, $P_{l,m}$, Γ_1, Γ_2, Γ_{12} u.s.w. mögen dieselbe Bedeutungen haben wie im Teil I[1], wenn nicht das Gegenteilige angemerkt wird.

Zunächst führen wir noch einige Bezeichnungen ein. Für eine irreduzible Korrespondenz C auf Γ_{12} und einen beliebigen Punkt a in Γ_1 definieren wir eine Punktgruppe $C^{(2)}(a)$ in Γ_2 mit

$$C^{(2)}(a)=\{b^{(\mu)};\ (a,\,b^{\mu})\in[(a)\times\Gamma_2,\,C]\},^{2)}\quad \text{falls } C\neq(a)\times\Gamma_2,$$

$$C^{(2)}(a)=\text{die Nullgruppe, falls } C=(a)\times\Gamma_2.$$

Allgemein setze man für eine beliebige Korrespondenz $C=\Sigma\lambda_i C_i$ (C_i: irreduzibel) auf Γ_{12} und eine beliebige Punktgruppe $G_1=\Sigma\mu_j a^{(j)}$ in Γ_1

$$C^{(2)}(G_1)=\Sigma\lambda_i\mu_j C_i^{(2)}(a^{(j)}).$$

Analog definieren wir $C^{(1)}(b)$ bzw. $C^{(1)}(G_2)$ für einen Punkt b bzw. eine Punktgruppe G_2 in Γ_2. Es gilt dann offenbar

$$C^{(2)}(G_1)\to C^{(2)}(G_1'),\ C^{(1)}(G_2)\to C^{(1)}(G_2'),$$

wenn man $G_i(i=1,\,2)$ in G_i' spezialisiert.

Nun beweisen wir den

Satz 1. Es gilt für jeden Punkt a in Γ_1

$$C^{(2)}(a)=D^{(2)}(a)$$

genau dann, wenn die Korrespondenzen C, D bis auf Korrespondenzen der Form $(a^{(i)})\times\Gamma_2$ mit einander zusammenfallen. Analoges gilt für $C^{(1)}$, $D^{(1)}$.

Beweis. Es sei

$$C=\Sigma\lambda_i C_i,\ D=\Sigma\mu_j D_j$$

und es gelte für einen allgemeinen Punkt ξ von Γ_1

$$\Sigma\lambda_i C_i^{(2)}(\xi)=\Sigma\mu_j D_j^{(2)}(\xi).$$

---

1) Zur Theorie der algebraischen Korrespondenzen I, Proc. Imp. Acad. Jap. Vol. (1945), zitiert im folgenden mit I.

2) [C, D] bedeutet die Schnittpunktgruppe von C, D, vgl. I. (α; E) bedeutet die Menge von α, welches die Eigenschaft E besitzt.