38. *Sur quelques points de la théorie du patentiel* (I).

Par Kinjiro KUNUGUI.

Institut de Mathématiques, Université Impériale de Hokkaido, Sapporo.

(Comm. by T. TAKAGI M.I.A., April 26, 1945.)

§ 1. *Une classe des potentiels généralisés.* Soient F un ensemble fermé et borné dans l'espace ω à m dimensions ($m\geqq 2$), et μ une fonction complètement additive d'ensemble, déterminée par une distribution de masse *non-négative*, répartie sur F. Dans cette Note, nous nous proposons de considérer une classe des potentiels généralisés, définis comme il suit: *soit $\Phi(t)$ une fonction réelle définie pour tout t positif: $0<t<\infty$ et qui satisfait à la condition suivante:*

(α) *$\Phi(t)$ est une function monotone croissante et convexe.*

Les potentiels généralés que nous avons en vue, pour l'espace à dimensions $m\geqq 3$, sont

(1) $$u(P)=\int_F \Phi(1/r_{PQ}^{m-2})d\mu_Q .$$

S'il s'agit de l'espace à deux dimensions, nous supposons que $\Phi(t)$ soit définie pour tout t réel: $-\infty<t<+\infty$ et mettens

(1′) $$u(P)=\int_F \Phi(\log 1/r_P\ )d\mu_Q .$$

Dans ces formules, P est un point quelconque de ω, Q désigne un point variable dans F et r_{PQ} signifie la distance euclidienne de P à Q. Dans les parties ultérieures, nous sousmettons d'ailleurs la fonction $\Phi(t)$ à la deuxième condition suivante:[1]

(β) En posant $h(\xi)=1/\xi^{m-2}$ pour $m\geqq 3$, et $h(\xi)=-\log\xi$ pour $m=2$ (m désignant le nombre de dimensions de ω), nous avons

$$\int_0^1 \Phi(h(\xi))\cdot\xi^{m-1}d\xi<+\infty$$

Si l'on pose $\Phi(t)=t^a$, la condition (α) veut dire $\Phi''(t)=a(a-1)t^{a-2}\geqq 0$ c. à d. $a\geqq 1$. Le potentiel (1) est appelé alors "*potentiel généralisé d'ordre a.*"[2] La condition (β) veut dire $a<m$. S'il s'agit de l'espace de deux dimensions, les potentiels généralisés d'ordre a s'obtiennent en posant $\Phi(t)=e^{at}(a\gtreqless 0)$

1) Nous ne nous servirons pas de la condition (β) dans cette Note.

2) Voir O. Frostman: Potentiel d'Equilibre et Capacité des Ensembles avec Quelque Applications à la Théorie des Fonctions, These. Lund, 1935, p. 20.