36. La géométrie des espaces métriques fondés sur la notion d'aire, II.

Par

Hideyuki IWAMOTO.

Institut Mathématique, Université Impériale de Nagoya.

(Comm. by T. TAKAGI, M.I.A., April 26, 1945.)

1. Nous considérons le cas général dont l'intégrale fondamentale est

$$(1.1)\qquad 0=\int L\left(x^i, \frac{\partial x^i}{\partial u^\lambda}, \dots, \frac{\partial^M x^i}{\partial u^{\lambda_1}\dots\partial u^{\lambda_M}}\right) du\dots du\,.$$

Pour que l'intégrale soit un invariant intégral, il faut et il suffit que

$$(1.2)\qquad \sum_{\alpha>\beta}\binom{\alpha}{\beta} p^i_{\lambda(\alpha-\beta)\omega}\frac{\partial L}{o^i_{\lambda(\alpha-\beta)\mu(\beta-1)\nu}}=0\ (\beta\geqq 2),\ =\delta^\nu_\omega L\ (\beta=1)$$

Si nous posons

$$E_i^{\lambda(M)}{}_j^{\mu(M)}=\frac{1}{L}\frac{\partial^2 L}{\partial p^i_{\lambda(M)}\,\partial p^j_{\mu(M)}}$$

et[1]

$$E_{i_1\cdots i_H}^{\lambda_1\cdots\lambda_S}{}_{j_1\cdots j_H}^{\mu_1\cdots\mu_S}=E_{[i_1}^{(\lambda_1\cdots\lambda_M}{}_{[j_1}^{(\mu_1\cdots\mu_M}\cdots E_{j_H]i_H]}^{\cdots\mu_S)\cdots\lambda_S)}\quad,\quad (K+H=N,\ S=M\cdot H)$$

on obtient, d'après les relations

$$p^i_\alpha\, E_i^{\lambda(M)}{}_j^{\mu(M)}=0:$$

$$E_{i_1\cdots i_H}^{\lambda_1\cdots\lambda_S}{}_{j_1\cdots j_H}^{\mu_1\cdots\mu_S}=u_{i_1\cdots i_H}u_{j_1\cdots j_H}G^{\lambda_1\cdots\lambda_S\,\mu_1\cdots\mu_S}$$

où

$$Lu_{i_1\cdots i_H}=\epsilon_{i_1\cdots i_H\,j_1\cdots j_K}p^{j_1\cdots j_K}$$

Les quantités $G^{\lambda_1\cdots\lambda_S\,\mu_1\cdots\mu_S}$ seront les composantes d'un U-tenseur. Supposons, ce qui est le cas général, que le discriminant du tenseur $G^{\lambda_1\cdots\lambda_S\,\mu_1\cdots\mu_S}$ soit différent de zéro ; il viendra:

$$G^{\lambda_1\cdots\lambda_S\,\mu_1\cdots\mu_S}=g\ g^{\lambda_1\cdots\lambda_S\,\mu_1\cdots\mu_S}\,;\quad |\,g^{\lambda_1\cdots\lambda_S\,\mu_1\cdots\mu_S}\,|=(L)^{-2\binom{K+S-1}{K}}$$

où g est un scalaire du poid 2 par rapport à la transformation des coordonnées, et $g^{\lambda_1\cdots\lambda_S\,\mu_1\cdots\mu_S}$ sont les composantes d'un U-tenseur.

Considérons la surface $\mathfrak{G}$ $(\mathfrak{P}_M)$ définie par

$$g_{\lambda_1\cdots\lambda_S\,\mu_1\cdots\mu_S}l^{\lambda_1}\dots l^{\lambda_S}\,l^{\mu_1}\dots l^{\mu_S}=1\,.$$

Les intégrales abéliennes

$$a^{\lambda\mu}=\int l^\lambda\, l^\mu\ |\ l\, dl\dots dl\ |$$

1) (..): symétrisation, [...]: antisymétrisation.