28. *Sur la théorie des espaces à hyperconnexion euclidienne, II.**

Par Kentaro YANO.
Institut Mathématique, Université Impériale de Tokyo.
(Comm. by S. KAKEYA, M.I.A., March 12, 1945.)

§ 4. *Les tenseurs de courbure.*

Le tenseur de courbure $R^{i}_{\cdot jkh}$ de Riemann-Christoffel de V_n est donné par

(4.1) $$R^{i}_{\cdot jkh}=\left\{ {i \atop jk} \right\}_{,h}-\left\{ {i \atop jh} \right\}_{,k}+\left\{ {a \atop jk} \right\}\left\{ {i \atop ah} \right\}-\left\{ {a \atop jh} \right\}\left\{ {i \atop ak} \right\}.$$

Il apparait dans la formule de Ricci:

(4.2) $$v^{i}{}_{;k;h}-v^{i}{}_{;h;k}=v^{j}R^{i}_{\cdot jkh},$$

et satifait aux relations algébriques :

(4.3) $$R^{i}_{\cdot jkh}=-R^{i}_{\cdot jhk}, \quad R^{i}_{\cdot jkh}+R^{i}_{\cdot khj}+R^{i}_{\cdot hjk}=0,$$
$$R_{ijkh}=-R_{jikh}, \quad R_{ijkh}=R_{khij},$$

où l'on a posé $R_{ijkh}=g_{ia}R^{a}_{\cdot jkh}$,

De plus, il satisfait à l'identité bien connue de Bianchi:

(4.4) $$R^{i}_{\cdot jkh;l}+R^{i}_{\cdot jhl;k}+R^{i}_{\cdot jlk;h}=0,$$

d'où

(4.5) $$\left(R^{i}_{\cdot k}-\frac{1}{2}R\delta^{i}_{k}\right)_{;i}=0,$$

où nous avons posé $R^{i}_{\cdot k}=g^{ij}R_{jk}$ et $R_{jk}=R^{i}_{\cdot jki}$, R_{jk} étant le tenseur de Ricci qui est symétrique par rapport aux deux indices inférieurs.

Cela étant, nous allons considérer le tenseur de courbure de E_m. Pour cela, calculons $V^{\lambda}{}_{;k;h}-V^{\lambda}{}_{;h;k}$, on trouve, par un calcul facile,

(4.6) $$V^{\lambda}{}_{;k;h}-V^{\lambda}{}_{;h;k}=V^{\mu}K^{\lambda}_{\cdot\mu kh},$$

où

(4.7) $$K^{\lambda}_{\cdot\mu kh}=\Gamma^{\lambda}_{\mu k,h}-\Gamma^{\lambda}_{\mu h,k}+\Gamma^{\alpha}_{\mu k}\Gamma^{\lambda}_{\alpha h}-\Gamma^{\alpha}_{\mu h}\Gamma^{\lambda}_{\alpha k}.$$

Les composantes du tenseur de courbure ainsi définies satisfont aux relations algébriques

(4.8) $$K^{\lambda}_{\cdot\mu kh}=-K^{\lambda}_{\cdot\mu hk}, \quad K_{\lambda\mu kh}=-K_{\mu\lambda kh},$$

la deuxième étant une conséquence de l'identité:

$$0=G_{\lambda\mu;k;h}-G_{\lambda\mu;h;k}=-G_{\alpha\mu}K^{\alpha}_{\cdot\lambda kh}-G_{\lambda\alpha}K^{\alpha}_{\cdot\mu kh}.$$

Calculons cette fois $B^{\cdot\lambda}_{j}{}_{;k;h}-B^{\cdot\lambda}_{j}{}_{;h;k}$, alors on trouve

(4.9) $$B^{\cdot\lambda}_{j}{}_{;k;h}-B^{\cdot\lambda}_{j}{}_{;h;k}=B^{\cdot\mu}_{j}K^{\lambda}_{\cdot\mu kh}-B^{\cdot\lambda}_{i}R^{i}_{\cdot jkh}.$$

---

* La dépense de cette recherche fut réglée par le frais du Ministère de l'Instruction Publique pour les recherches scientifiques.

La première partie de cette Note fut publiée dans ce Proc., **21** (1945), 156–163.