25. *Halblineare Erweiteaung des Satzes der Normal basis und ihre Anwendung auf die Existenz der derivierten (differentialen) Basis, I.*

Von Tadasi NAKAYAMA
Mathematishes Institut, Kaiserliche Universität zu Nagoya.

(Comm. by T. TAKAGI, M.I.A., March 12, 1945.)

In dieser Note soll ein Satz aufgestellt werden, welchen man wohl als eine verschränkte, oder vielmehr halblineare Verallgemeinerung des bekannten Satzes der Normalbasis[1] ansehen kann. Er ergibt sich auf natürlicher Weise, wenn wir den Satz der Normalbasis mit der Theorie der halblinearen Darstellungen, die früher von K. Shoda, M. Osima und dem Verfasser entwickelt wurde,[2] in Verbindung bringen. Aus dem Satz folgt sodann leicht die Existenz der derivierten, oder differentialen Basen, wie sie kürzlich von H. J. Riblet[3] bewiesen wurde. Dieser Weg zur derivierten Basis macht es zugleich klar, dass die Wronskische Determinante der einzige Punkt im Beweis der Existenz solcher Basis ist, wo die Eigenschaften der Derivation eigentlich benutzt werden, wodurch insbesondere die Annahme der Charakteristik 0 bei Riblet durch eine schwächere ersetzt wird.

1. *Halblineare Normalbasis.* Wir beweisen

Satz 1. *Es sei $\mathfrak{L}$ eine endliche separable Erweiterung eines Körpers $\mathfrak{K}$. $\mathfrak{L}^*$ sei der galoissche Körper von $\mathfrak{L}/\mathfrak{K}$, und L ein (nicht notwending $\mathfrak{K}$ enthaltender) Unterkörper von $\mathfrak{L}^*$ derart, dass*

$$(L^*\mathfrak{K} : L^*) \geqq (L^*\mathfrak{K} : \mathfrak{K})$$

ist, wo L^* den von L und seinen Konjugierten bezüglich $\mathfrak{K}$ erzeugten Körper bedeutet. Dann gibt es in $\mathfrak{L}$ ein Element, dessen $(\mathfrak{L} : \mathfrak{K})$ Konjugierte bezüglich $\mathfrak{K}$ linear unabhängig über L sind.

Beweis. Es genügt ersichtlich den Fall $L^* = L$ zu erledigen. Zuerst sei

---

1) E. Noether, Normalbasis bei Körpern ohne höhere Verzweigung, Crelle 167 (1931); M. Deuring, Galoissche Theorie und Darstellungstheorie, Math. Ann. 107 (1932); H. Hasse, Klassenkörpertheorie, Marburg (1932); R. Brauer, Über die Kleinsche Theorie der algebraischen Gleichungen, Math. Ann. 110 (1934); M. Deuring, Anwendungen der Darstellungeu von Gruppen durch linearen Substitutionen auf die Galoissche Theorie, Math. Ann. 113 (1936); R. Stauffer, The construction of a normal basis in a separable normal extension field, Amer. J. Math. 58 (1936); T, Nakayama, On Frobeniusean algebras, II, Ann. Math. 42 (1941). Vgl. anch T. Nakayama, Normal basis of a quasi-field, Proc. Imp. Acad. 16 (1940).

2) T. Nakayama-K. Shoda, Über die Darstellung einer endlichen Gruppe durch halblineare Transformationen, Jap. J. Math. 12 (1936); M. Osima, Über die Darstellung einer Gruppe durch halblineare Transformationen, Proc. Phys.-Math. Soc. Jap. 20 (1938).

3) H. J. Riblet, Algebraic differential fields, Amer. J. Math. 63 (1941).