

10. Über linearen Kontinuen.

Von Hidetaka TERASAKA.

Kaiserliche Universität zu Osaka.

(Comm. by T. TAKAGI, M. I. A., Apr. 12, 1946.)

In der vorliegenden Note werde eine Klasse von kompakten linearen Kontinuen betrachtet, deren Punkte als eine naheliegende Verallgemeinerung der dyadischen Entwicklung der reellen Zahlen durch transfinite Folgen von Nullen und Einsen definiert sind. Es stellte sich heraus, dass es unter solchen Kontinuen un abzählbar viele gibt, die homogen sind, und die sich voneinander nach Stufen der Linearität unterscheiden. Die Aufzählung aller solchen homogenen Kontinuen ist bezieht. Die Sätze sind teils mit allerdings flüchtigen Beweisen, teils ohne Beweis angegeben.

Der Ausgangspunkt unserer Betrachtung ist der Versuch, die in §4 dargelegten Hausdorffschen teilweise geordneten Räumen in einigen Punkten klarzumachen, weshalb wir ihnen einen Paragraphen separat gewidmet haben.

Herrn Professor T. Takagi spreche ich an dieser Stelle meinen herzlichsten Dank aus, indem ich vom Gespräch, das wir während seines Besuches bei unserem Seminar gehalten haben, viele Anregungen zu meiner Arbeit empfangen habe.

§1. Definition des linearen Kontinuums L^a ; L -Kontinuum.

Es sei a eine Ordnungszahl und zwar eine Limeszahl. Man definiere den Punkt ξ durch die transfinite Folge vom Typus a von lauter Nullen und Einsen, d. h.

$$\xi = (x_1, x_2, \dots, x_\lambda, \dots) \quad (\lambda < a), \quad x_\lambda = 0 \text{ oder } 1.$$

Dabei sollen zwei Punkte

$$\xi = (x_1, \dots, x_\lambda, \dots) \quad \text{und} \quad \eta = (y_1, \dots, y_\lambda, \dots)$$

dann und nur dann gleich ($\xi = \eta$) sein, wenn

- (i) entweder für alle λ : $x_\lambda = y_\lambda$,
- (ii) oder für ein gewisses λ und für alle $\mu > \lambda$: $x_\lambda = 0$, $x_\mu = 1$
und $y_\lambda = 1$, $y_\mu = 0$

Es soll ferner $\xi < \eta$ sein, wenn $\xi \neq \eta$ und $x_\lambda \leq y_\lambda$ gelten.

Durch diese Vorschrift erklärte Punkte bilden dann ein kompaktes lineares Kontinuum, das kurz L -Kontinuum genannt werden möge, und das mit L^a bezeichnet werden soll. Das gewöhnliche lineare Kontinuum, d. h. das Zahlenintervall $0 \leq x \leq 1$, ist offenbar ein L -Kontinuum ($a = \omega$).