9. *Halblineare Erweiterung des Satzes der Normalbasis und ihre Anwendung auf die Existenz der derivierten (differentialen) Basis, II.*[1]

Von Tadasi NAKAYAMA.

Mathematisches Institut, Kaiserliche Universität zu Nagoya.

(Comm. by T. TAKAGI, M.I.A., Apr. 12, 1946.)

4. *Halblineare Normalbasis (II).* Als ein Gegenstück zu Satz 1 (in I.) haben wir

Satz 1. *Es sei $\mathfrak{L}$ eine endliche galoissche Erweiterung eines Körpers $\mathfrak{K}$, und L ein (nicht notwending $\mathfrak{K}$ enthaltender) Unterkörper von $\mathfrak{L}$ derart, dass $(L\mathfrak{K}:L) \leqq (L\mathfrak{K}:\mathfrak{K})$, oder, was dasselbe ist, $(\mathfrak{L}:L) \leqq (\mathfrak{L}:\mathfrak{K})$ ist. Dann gibt es in $\mathfrak{L}$ ein Element, dessen $(\mathfrak{L}:\mathfrak{K})$ Konjugierte bezüglich $\mathfrak{K}$ eine (nicht notwendig linear unabhängige) Modulbasis von $\mathfrak{L}$ uber L bilden.*

Beweis verläuft ganz aualog wie bei Satz 1. Jetzt erweist nämlich der $(\mathfrak{G}, L)$-Modul $\mathfrak{L}$ sich einem direkten Summanden von $(\mathfrak{G}, L)$ isomorph, also zu $(\mathfrak{G}, L)$ homomorph, wo $\mathfrak{G}$ die galoissche Gruppe von $\mathfrak{L}/\mathfrak{K}$ ist und $(\mathfrak{G}, L)$ den halblinearen Gruppenring von $\mathfrak{G}$ über L bedeutet. Der Satz folgt hieraus sofort.

5. *Arithmetische halblineare Normalbasis.*[2] Es sei nun $\mathfrak{K}$ ein algebraischer Zahlkörper, und $\mathfrak{L}$ eine (endliche) galoissche Erweiterung mit der galoisschen Gruppe $\mathfrak{G} = \{G_1, G_2, \ldots, G_g\}$ $(g = (\mathfrak{L}:\mathfrak{K}))$. L sei ein Unterkörper von $\mathfrak{L}$, so dass $L^{\mathfrak{G}} = L$ ist. Weiter sei $\mathfrak{p}$ ein Primideal in $L \frown \mathfrak{K}$, welches in $L/L \frown \mathfrak{K}$ nicht verzweigt und in den Grad $g = (\mathfrak{L}:\mathfrak{K})$ nicht aufgeht. Betrachten wir ein Element ξ aus $\mathfrak{L}$, und den von ξ und seinen Konjugierten bezüglich $\mathfrak{K}$ erzeugten Modul

$$L_\xi = (L\xi^{G_1}, L\xi^{G_2}, \ldots, L\xi^{G_g})$$

Die Gesamtheit der ganzen Zahlen aus L_ξ bezeichnen wir mit $\mathfrak{O}_\xi$. Dann gilt der

Satz 4. *Es gibt in $\mathfrak{O}_\xi$ ein Element η, so dass*

$$(\mathfrak{O}_\xi)_\mathfrak{p} = (\mathfrak{o}_L \eta^{G_1}, \mathfrak{o}_L \eta^{G_2}, \ldots, \mathfrak{o}_L \eta^{G_g})_\mathfrak{p}$$

ist, wo $\mathfrak{o}_L$ die Hauptordnung von L bedeutet. (Vom besonderen Interesse ist der Satz in den beiden Fällen, wenn erstens $(L\mathfrak{K}:L) \leqq (L\mathfrak{K}:\mathfrak{K})$ ist und ξ^{G_1}, $\xi^{G_2}, \ldots, \xi^{G_g}$ über L linear unabhängig sind (Satz 1), und wenn, zweitens,

1) Die I. Mitteilung erscheinte in Proc. Imp. Acad. Tokyo *21* (1945).

2) Für den gewöhnlichen linearen Fall siehe E. Noether, l. c. (I, Anm. 1).