32. *Quelques remarques sur les groupes de transformations dans les espaces à connexion linéaire III.*[1]

Par Kentaro YANO.

Institut Mathématique, Université Impériale de Tokyo.

(Comm. by S. KAKEYA, M. I. A., June 12, 1946.)

§ 3. *Mouvements et collinéations affines dans les espaces de Riemann.*

Prenons un espace de Riemann V_n dont la forme quadratique différentielle est donnée par

$$ds^2 = g_{\mu\nu}\, dx^\mu\, dx^\nu, \tag{3.1}$$

et considérons, dans cet espace, une transformation infinitésimale

$$\bar{x}^\lambda = x^\lambda + \xi^\lambda(x)\,\delta t \tag{3.2}$$

qui déplace chaque point (x^λ) de l'espace en un autre point $(\bar{x}^\lambda)$ de l'espace infiniment voisin de (x^λ).

Nous avons vu, dans Chapitre 1, que tenseur fondamental $g_{\mu\nu}$ subit, pendant cette transformation infinitésimale, un changement donné par

$$D g_{\mu\nu} = [\xi^a g_{\mu\nu;\,a} + \xi^a{}_{;\,\mu}\, g_{a\nu} + \xi^a{}_{;\,\nu}\, g_{\mu a}]\,\delta t,$$

ou

$$D g_{\mu\nu} = [\xi_{\mu;\,\nu} + \xi_{\nu;\,\mu}]\,\delta t, \tag{3.3}$$

où ξ_μ désignent les composantes covariantes du vecteur de déplacement et le point-virgule indique la derivée covariante par rapport aux symboles de Christoffel $\{{}^{\lambda}_{\mu\nu}\}$ formés avec les $g_{\mu\nu}$.

Nous appellerons l'espace déformé $\bar{V}_n$ l'espace de Riemann dont le tenseur fondamental est defini par

$$\bar{g}_{\mu\nu}(x) = g_{\mu\nu}(x) + Dg_{\mu\nu}. \tag{3.4}$$

Si l'on désigne par $\overline{\{{}^{\lambda}_{\mu\nu}\}}$ les symboles de Christoffel formés avec les composantes $\bar{g}_{\mu\nu}(x)$ du tenseur déformé, soit, si l'on pose

$$\overline{\{{}^{\lambda}_{\mu\nu}\}} = \tfrac{1}{2}\,\bar{g}^{\lambda a}(\bar{g}_{a\mu,\,\nu} + \bar{g}_{a\nu,\,\mu} - \bar{g}_{\mu\nu,\,a}).$$

on en obtient[2]

$$\overline{\{{}^{\lambda}_{\mu\nu}\}} = \{{}^{\lambda}_{\mu\nu}\} + \tfrac{1}{2}\, g^{\lambda a}[(Dg_{a\mu})_{;\,\nu} + (Dg_{a\nu})_{;\,\mu} - (Dg_{\mu\nu})_{;\,a}], \tag{3.5}$$

où la virgule désigne la dérivée partielle. Les formules (3.5) peuvent être aussi obtenues de la manière suivante:

---

(1) La première et la deuxième Notes portant le même titre ont été publiées dans ces Proc., *22* (1946), 41-47, 67-72.

(2) K. Yano: Sur la théorie des déformations infinitésimales. Journal of the Faculty, Imperial University of Tokyo. (sous presse), § 2, (4). Ce Mémoire sera, dans la suite, citée par T. D. I.