54. *Quelques remarques sur les groupes de transformations dans les espaces à connexion linéaire V.*[1]

Par Kentaro YANO et Yasuro TOMONAGA.
Institut Mathématique, Université Impériale de Tokyo.

(Comm. by S. KAKEYA. M. I. A., Oct. 12, 1946.)

§ 5. *Collinéations projectives.*

Prenons un espace à n dimensions à connexion affine symétrique dont les composantes de la connexion affine sont données par $\Gamma^\lambda_{\mu\nu}$, et par conséquent, dont les paths sont définis par les équations différentielles de la forme

$$\frac{d^2x^\lambda}{ds^2} + \Gamma^\lambda_{\mu\nu}\frac{dx^\mu}{ds}\frac{dx^\nu}{ds} = 0, \tag{5.1}$$

où s est un paramètre affine, et considérons, dans cet espace à connexion affine, une transformation infinitésimale

$$x^\lambda = x^\lambda + \xi^\lambda(x)\,\delta t \tag{5.2}$$

qui déplace chaque point x^λ de l'espace en un autre point x^λ infiniment voisin du point original.

Cela étant, nous allons chercher la condition nécessaire et suffisante pour qu'une transformation infinitésimale (5.2) change chaque path de l'espace en un aure path de l'espace, le paramètre affine n'étant pas nécessairement conservé.

On sait que

$$\frac{d\bar{x}^\lambda}{ds} = (\delta^\lambda_a + \xi^\lambda_{,a}\,\delta t)\frac{dx^a}{ds}, \tag{5.3}$$

$$\frac{\delta^2\bar{x}^\lambda}{ds^2} = (\delta^\lambda_a + \xi^\lambda_{,a}\,\delta t)\frac{\delta^2x^a}{ds^2} + (X\Gamma^\lambda_{\mu\nu})\frac{dx^\mu}{ds}\frac{dx^\nu}{ds}\,\delta t, \tag{5.4}$$

d'où

$$\frac{dx^\lambda}{d\bar{s}} = (\delta^\lambda_a + \xi^\lambda_{,a}\,\delta t)\frac{dx^a}{ds}\left(\frac{ds}{d\bar{s}}\right), \tag{5.5}$$

$$\begin{aligned}\frac{\delta^2\bar{x}^\lambda}{d\bar{s}^2} = {}&(\delta^\lambda_a + \xi^\lambda_{,a}\,\delta t)\frac{\delta^2x^a}{ds^2}\left(\frac{ds}{d\bar{s}}\right)^2 + \left(X\,\Gamma^\lambda_{\mu\nu}\right)\frac{dx^\mu}{ds}\frac{dx^\nu}{ds}\left(\frac{ds}{d\bar{s}}\right)^2\delta t\\ &+ (\delta^\lambda_a + \xi^\lambda_{,a}\,\delta t)\frac{dx^a}{ds}\left(\frac{d^2s}{d\bar{s}^2}\right).\end{aligned} \tag{5.6}$$

En posant $\quad d\bar{s} = ds + Dds,$

on a

---

(1) Les Notes I, II, III et IV ont été publiées dans ces Proc., 22 (1946), 41-47; 67-72; 167-172; 173-183.