# 45. Verallgemeinerung des Abelschen Integrals und Periodenrelationen.

Von Hiraku TÔYAMA.

Mathematisches Institut, Tokyo Kôgyo Daigaku.

(Comm. by S. KAKEYA, M. I. A., Sept. 12, 1946.)

Die Theorie der linearen Differentialgleichungen auf einer Riemannschen Fläche, die hauptsächlich von Poincaré und Klein entwickelt wurde, kann man als eine naturgemässe Verallgemeinerung des Abelschen Integrals betrachten. Um dieses Verhältnis explizite und anschaulich auszudrücken, will ich eine neue Bezeichnung einführen, und damit Periodenrelationen für das zu einer Darstellung der Fundamentalgruppe gehörige Differential, gewinnen, welche die klassischen Riemann-Weierstrassschen Periodenrelation als Spezialfall enthalten.

$dF$ sei eine r-reihige Matrix, deren Elemente Funktionen auf der Riemannschen Fläche $\tilde{\mathfrak{F}}$ sind, die maximal über $\mathfrak{F}$ mit einer gegebenen Signatur überlagert. Dann bilden wir folgende Differentialgleichung.

$$dX = dF\cdot X, \quad\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (1)$$

wobei X eine r-reihige Lösungsmatrix ist.

Sei $X$ eine Lösung, welche Anfangswert $E_r$ im Punkte a hat und längs einer Kurve $w$ bis zum $z$ fortgesetzt wird. Dieselbe Lösung bezeichnen wir folgendermassen;

$$X = e\!\!\int_{a\,(w)}^{z} dF$$

Wenn wir die Cauchysche Polygonmethode auf (1) anwenden, so ergibt sich

$$e\!\!\int_{a(w)}^{z} dF = \lim\,(E_r + dF(a_n))(E_r + dF(a_{n-1})\cdots\cdots(E_r + dE(a_1)),$$

wo $a_1\,(=a)\,a_2\ldots\; a_n\,(=z)$ eine Reihe von Punkten auf der Kurve $w$. ist. Offensichtlich ist $X$ eine Funktion der Punkte $a$ und $z$ und des Weges $w$. Aus der Eigenschaft der analytischen Fortsetzung folgt, dass sie sogar eine Funktion der Wegeklasse, d. i. invariant ist gegenüber jeder homotopen (nicht homologen, falls $r>1$) Änderung des Weges. Falls $r=1$, ist sie nichts anderes als $\exp\left(\int_{a(w)}^{z} dF\right)$, genauer gesprochen, eine Verallgemeinerung des "potenzierten" Abelschen Integrals.