36. *Quelques remarques sur les groupes de transformations dans les espaces à connexion linéaire, VI.*[1]

Par Kentaro YANO.
Institut Mathématique, Université de Tokyo.
(Comm. by T. KUBOTA, M.I.A., Dec. 12, 1947.)

§ 6. *Les espaces à connexion linéaire qui admettent un groupe de transformations donné.*

Considérons un espace X_n à n dimensions et un groupe continu G_r de transformations à r ($\leqq n$) paramètres. En désignant par

$$X_a f \equiv \xi_a^\lambda f_{,\lambda} \equiv \xi_a^\lambda \frac{\partial f}{\partial x^\lambda}, \tag{6.1}$$

$$(\alpha, \beta, \ldots, \lambda, \mu, \ldots = 1, 2, \ldots, n;\; a, b, c, d, e, f = 1, 2, \ldots, r)$$

les r transformations infinitésimales de G_r, on a, d'après le second théorème fondamental de la théorie des groupes de transformations,

$$(X_b X_c - X_c X_b) f = c_{bc}^{\cdot\cdot a} X_a f, \tag{6.2}$$

où $c_{bc}^{\cdot\cdot a}$ sont les constantes de structure.

Nous supposerons d'abord que le rang de la matrice (ξ_a^λ) soit r. Alors, le système des r équations aux dérivées partielles

$$X_a f \equiv \xi_a^\lambda f_{,\lambda} = 0$$

étant complètement intégrable, il admet $n-r$ solutions indépendantes $\bar{x}^{r+1}(x), \ldots\ldots, \bar{x}^n(x)$. Donc, si l'on effectue une transformation de coordonnées

$$x^\lambda = \bar{x}^\lambda(x^1, x^2, \ldots, x^n),$$

les composantes

$$\bar{\xi}_a^\lambda = \frac{\partial \bar{x}^\lambda}{\partial x^\alpha} \xi_a^\alpha$$

des vecteures ξ_a^λ dans le nouveau système de coordonnées, satisfont aux relations

$$\bar{\xi}_a^\lambda = 0, \qquad (\lambda = r+1, \ldots, n). \tag{6.3}$$

Nous allons supposer qu'on ait choisi un tel système de coordonnées.

Or, la condition pour que le groupe G_r soit le groupe de transformations affines dans un espace à connexion $\Gamma_{\mu\nu}^\lambda$ étant

$$X_a \Gamma_{\mu\nu}^\lambda \equiv \xi_{a,\mu,\nu}^\lambda + \xi_a^\alpha \Gamma_{\mu\nu,\alpha}^\lambda - \xi_{a,\alpha}^\lambda \Gamma_{\mu\nu}^\alpha + \xi_{a,\mu}^\alpha \Gamma_{\alpha\nu}^\lambda + \xi_{a,\nu}^\alpha \Gamma_{\mu\alpha}^\lambda = 0,$$

elle peut aussi être écrites sous la forme:

$$X_a \Gamma_{\mu\nu}^\lambda \equiv \xi_{a,\mu,\nu}^\lambda + \xi_a^e \Gamma_{\mu\nu,e}^\lambda - \xi_{a,\alpha}^\lambda \Gamma_{\mu\nu}^\alpha + \xi_{a,\mu}^e \Gamma_{e\nu}^\lambda + \xi_{a,\nu}^e \Gamma_{\mu e}^\lambda = 0.$$

1) Les Notes I, II, III, IV et V ont été publiées dans ces Proc., 22 (1946).