

24. Sur quelques points de la théorie du potentiel (II).

Par Kinjiro KUNUGI.

Institut de Mathématiques, Université Impériale de Hokkaido.

(Comm. by T. TAKAGI, M. I. A., Oct. 13, 1947.)

§ 1. *Définition de la capacité des ensembles.* Pour fixer les idées, nous nous bornerons au cas de l'espace à trois dimensions, qui sera désigné par ω . Soient F un ensemble fermé et borné situé dans ω , et μ une fonction d'ensembles, complètement additive, déterminée par une distribution de masse non-négative, répartie sur F . Dans la partie (I)¹⁾, nous avons introduit des potentiels généralisés définis comme il suit: Soit $\Phi(t)$ une fonction réelle, définie dans l'intervalle $0 < t < +\infty$ et mesurable au sens de Lebesgue, et posons²⁾

$$(1) \quad u(p) = u(p, \mu) = \int_F \Phi\left(\frac{1}{r_{pq}}\right) d\mu_q$$

où p est un point quelconque de ω , q un point variable dans F et r_{pq} désigne la distance euclidienne de p à q .

Introduisons d'abord la

Condition (α): $\Phi(t)$ est une fonction monotone croissante et convexe.

Dans les considérations ultérieures, omettons les cas où $\lim_{t \rightarrow \infty} \Phi(t) < +\infty$, puisque $\Phi(t)$ y se réduit à une constante. Donc, on a toujours $\lim_{t \rightarrow \infty} \Phi(t) = +\infty$, et l'intégrale de la définition (1) sera donnée comme intégrale impropre au sens de Lebesgue.

Nous avons démontré dans la partie (I) que les potentiels généralisés définis en vertu de (1) jouissent, dans la condition (α), des propriétés suivantes:

1°) $u(p)$ est continue dans $\omega - F$, et semi-continue inférieurement partout dans ω .

2°) $u(p)$ est subharmonique dans $\omega - F$.

3°) $u(p)$ satisfait au *principe du maximum*: Soient D un des domaines connexes en lesquels se décomposent l'ensemble complémentaire de F et H la frontière de D . Si l'on a l'inégalité: $u(p) \leq K$ (où K est une constante), pour tout point p de H , la même inégalité subsiste partout dans D .

Pour fixer les idées, introduisons encore une hypothèse faible:

Condition (β): nous avons $\lim_{t \rightarrow 0} \Phi(t) = 0$.

Puisque $\Phi(t)$ est monotone croissante, on a, d'après (β), $\Phi(t) \geq 0$ pour $0 < t < +\infty$. Maintenant, définissons la notion de *capacité des ensembles* selon M. de la Vallée Poussin³⁾. Soit A un ensemble borelien situé

1) K. Kunugi: Sur quelques points de la théorie du potentiel (I). présenté par M. T. Takagi, M. I. dans la séance du 12 Mars 1945.

2) O. Frostman: Potentiel d'équilibre et capacité des ensembles avec quelques applications à la théorie des fonctions, Thèse, Lund, 1935, p. 17.

3) Ch. de la Vallée Poussin: Les nouvelles méthodes de la théorie du potentiel et la probléme généralisé de Dirichlet, Paris, 1937, p. 19.