75. *Sur la solution bornée de l'équation aux dérivées partielles du type elliptique.*

Par Seturo SIMODA et Mitio NAGUMO.

(Comm. by K. KUNUGI, M.J.A., July 12, 1951.)

1. **Introduction** :—Envisageons l'équation differentielle

$$(1)\qquad E[u]=\sum_{ij=1}^{m} a_{ij}\partial_{ij}^{2}u+\sum_{k=1}^{m} b_k\partial_k u-cu=0^{1)},$$

où $a_{ij}=a_{ij}(x)$, $b_k=b_k(x)$ et $c=c(x)$ sont des fonctions continues de point x (de coordonnées $x_1, \dots, x_m$) dans l'éspace euclidien à m-dimension E^m ($m\geqq 1$). En outre, supposons qu'on ait $a_{ij}=a_{ji}$, et que la forme $\sum_{ij=1}^{m} a_{ij}\lambda_i\lambda_j$ soit définie positive pour tout $x\in E^m$.

Concernant cette équation, nous traitions tout récemment le problème si elle posséderait aucune solution *régulière et bornée dans* E^m en dehors de la fonction 0 à condition que $c(x)>0$, le problème ayant été communiqué à nous par des théoristes des probabilités[2]. Ce petit mémoire s'offre pour en énoncer les résultats que nous avons obtenu.

Tout naturellement, même à condition que $c(x)>0$, l'équation (1) peut posséder des solutions régulières et bornées dans E^m en dehors de la fonction 0, s'il n'y a nullement de connexion entre ses coefficients, spécialement dans le cas $m\geqq 3$; voici un exemple

$$(2)\qquad \Delta u-c(x)u=0^{3)},$$

où

$$c(x)=\frac{2\varepsilon}{\{2(1+\sum_{i=1}^{m}x_i^2)^{\varepsilon}-1\}\{1+\sum_{i=1}^{m}x_i^2\}}\times$$
$$\times\left\{m-\frac{2(1+\varepsilon)\sum_{i=1}^{m}x_i^2}{1+\sum_{i=1}^{m}x_i^2}\right\},$$

ε remplissant l'inégalité $0<\varepsilon<(m-2)/2$ (m étant supposé $\geqq 3$), donc $c(x)>0$ pour tout x. L'équation (2) possède en effet une solution *positive*

---

1) Pour brévité, nous écrivons ∂_k pour $\dfrac{\partial}{\partial x_k}$, ∂^2_{ij} pour $\dfrac{\partial^2}{\partial x_i \partial x_j}$, même dans la suite.

2) Pour référence, voir K. Yosida; *A theorem of Liouville's type for meson equation.* Proc. Japan Acad., 27 (1951), p. 214.

3) Dans le cas $m=2$, moyennant que $c(x)>0$, l'équation (2) ne peut posséder rien du tout de solution régulière et bornée dans E^2 en dehors de la fonction 0. Voir en le paragraphe 4. de ce mémoire.