1. *Einige kanonische konforme Abbildungen vielfach zusammenhängender Gebiete*

Von Yûsaku KOMATU

Mathematisches Seminar, Institut für Technologie zu Tokyo

(Comm. by Z. SUETUNA, M.J.A., Jan. 12, 1953)

Gegeben sei ein Gebiet D von endlichem Zusammenhang auf der z-Ebene, welches den unendlichfernen Punkt im Innern enthält. $\mathfrak{S}=\{\chi(z)\}$ bezeichne die Familie derjenigen in D schlichten Funktionen $\chi(z)$, welche um $z=\infty$ in der Form

$$\chi(z)=z+O(1) \qquad (z\to\infty)$$

normiert werden und ferner einen vorgegebenen Punkt z_0 von D in den Ursprung überführen.

Da die isolierten Randpunkte bei jeder Abbildung hebbar sind, kann man annehmen, daß der Rand C des Urgebiets D aus lauter Kontinuen besteht. Man kann sogar ohne Beschränkung der Allgemeinheit, nämlich nötigenfalls mittels einer Hilfsabbildung, immerhin annehmen, daß der Rand C aus lauter Jordankurven besteht. Der ganze Rand C werde nun in zwei einander komplementäre Teile Γ' und Γ'' zerlegt. Der Zweck der vorliegenden Abhandlung ist, an unsre frühere Abhandlung[1] anschließend, die Existenzsätze einiger kanonischer Abbildungen nebst den respektiven Unitätsbehauptungen bezüglich der so gestellten Randzuordnung zu beweisen, deren erster[2] lautet:

Satz 1. *Es gibt eine einzige Funktion $f(z)\in\mathfrak{S}$, die den Teil Γ' und den Teil Γ'' in den senkrechten bzw. horizontalen Randteil überführt.*

Beweis. Wir bezeichnen mit $\mathfrak{S}_1$ diejenige Teilfamilie von $\mathfrak{S}$, welche aus den Funktionen besteht, die den Teil Γ' in den senkrechten Randteil überführen. Sie ist nicht leer; in der Tat gibt es bekanntlich eine (und nur eine) Funktion, welche das Gebiet D auf ein lauter längs der zur imaginären Achse parallelen Schlitze aufgeschlitztes Gebiet abbildet. Wir betrachten nun ein Variationsproblem

$$\Re a[\phi]=\text{Max}, \qquad \phi\in\mathfrak{S}_1,$$

worin das Funktional $a[\phi]$ den Koeffizienten von $1/z$ der Entwicklung

1) Y. Komatu und M. Ozawa: Conformal mapping of multiply connected domains, I; II. Kōdai Math. Sem. Rep. (1951), 81-95; (1952), 39-44.

2) Den speziellen Fall, wo der Teil Γ' (und also auch der Teil Γ'') aus einigen vollen Randkomponenten besteht, haben wir in der in[1] zitierten Abhandlung erledigt.