71. *Les Eléments Primitifs*
(*L'énumération transfinie. II*)

Par Motokiti KONDÔ
Université Métropolitaine, Tokyo

(Comm. by Z. SUETUNA, M.J.A., May 13, 1954)

Cette note est une continuation d'une[1] de mes notes et son but est de considérer la structure des ensembles quasi-clairsemés.

1. Pour un ensemble E quasi-clairsemé dont les éléments sont les nombres rationnels, il existe un nombre ordinal ξ tel que $\delta^{(\xi)}(E)=0$. Nous appelons le nombre minimal parmi tels nombres l'*ordre* E et nous le désignons par $\mathrm{Ord}(E)$. Nous avons alors sans peine

(1.1) $\mathrm{Ord}((p)+E) \leqq \mathrm{Ord}(E)+1$ pour tout point p de L,

(1.2) $\mathrm{Ord}((p,q)E) \leqq \mathrm{Ord}(E)$ pour tout intervalle (p,q) ouvert de L.

Encore, nous posons pour un point p de L

$$\mathrm{Ord}(p,E)=\begin{cases}\underset{(q,r)}{\text{bor. inf.}}\,(\mathrm{Ord}((q,r)E+(p));\ q<p<r), & \text{si } p \text{ est fini,}\\ \underset{r}{\text{bor. inf.}}\,(\mathrm{Ord}((r,+\infty)E), & \text{si } p=+\infty,\\ \underset{r}{\text{bor. inf.}}\,(\mathrm{Ord}((-\infty,r)E), & \text{si } p=-\infty,\end{cases}$$

et nous l'appelons l'*ordre* de E en p. Nous avons alors sans peine

(1.3) $\mathrm{Ord}(E)=\underset{p}{\text{bor. sup.}}\,(\mathrm{Ord}(p,E);\ p\in E)$,

(1.4) $\mathrm{Ord}(p,E) \leqq \mathrm{Ord}(E)+1$,

(1.5) si p est fini, $\mathrm{Ord}(p,E)$ est isolé.

2. Etant donnés un ensemble E quasi-clairsemé et un nombre α ordinal, nous posons

$$F_\alpha=\mathrm{Ens}\,(p;\ \mathrm{Ord}\,(p,E) \geqq \alpha)$$

et nous l'appelons la frontière de l'ordre α de E. D'après la définition, nous avons

(2.1) F_α sont fermés dans L,

(2.2) $F_0=F_1=L$, et $F_\alpha(\alpha \geqq 2)$ sont non-denses,

(2.3) $\alpha<\beta$ implique $F_\alpha \supseteqq F_\beta$,

(2.4) $\alpha>\mathrm{Ord}(E)+1$ implique $F_\alpha=0$,

(2.5) $\delta^{(\alpha)}(E) \subseteqq F_\alpha$,

(2.6) si α est limité, nous avons $F_\alpha=F_{\alpha+1}$.

3. Nous appelons $F=F_{\eta+1}$, où $\eta=\mathrm{Ord}(E)$, la *frontière complète*

---

1) M. Kondô: Les éléments quasi-clairsemés (L'énumération transfinie. I). Proc. Japan Acad., **30**, 66 (1954).