169. *Sur Quelques Ensembles Ordonnés Linéairement*

Par Tadashi OHKUMA

(Comm. by Z. SUETUNA, M.J.A., Nov. 12, 1954)

1. Nous commençons par quelques définitions:

Un ensemble ordonné linéairement s'appellera une *chaîne*, et pour une chaîne E, le groupe d'automorphismes sur E par rapport à son ordre est désigné par $G(E)$. On dira qu'une chaîne E est *homogéne*, si le groupe $G(E)$ est transitif sur E. Voici encore la

Définition. *On dit qu'une chaîne E est homogêne uniquement, si, quelques soient a et b ses deux élêments, il existe seulement un automorphisme de $G(E)$ qu'applique a en b.*

2. La chaîne J de tous nombres entiers est évidemment homogéne uniquement. D'où, nous avons naturellement le probléme suivant:

Y a-t-il une chaîne homogéne uniquement qui n'est pas isomorphe à J?

Ce probléme sera resolu affirmativement, et alors encore la deuxieme question suivante serait suggerée:

Combien y a-t-il types distincts des chaînes homogênes uniquement?

La réponse y sera que la puissance de l'ensemble de tous tels types soit $2^{2^{\aleph_0}}$.

La but de cette note est d'informer resumement notre considération sur ces deux problémes, et les démonstrations détailées seront d'ici peu publiées ailleurs.

3. D'abord, on a le

Lemme 1. *Une chaîne E homogêne uniquement qui n'est pas isomorphe à J, pour peu qu'il existe l'une, est nécessairement isomorphe à une chaîne qui est un sous-groupe partout dense du groupe L additif ordonné linéairement de tous nombres réels.*

En effet, en fixant un élément a de E, on a une correspondance entre E et $G(E)$ tells qu'un élément x de E fasse correspondre à biunivoque l'automorphisme f de $G(E)$ qu'applique a en x, et de plus, quand $G(E)$ se regardera un groupe réticulé, la correspondance préservera ses ordres. Encore, l'unicité de la homogénéité de E entraine que $G(E)$ soit archimedien, et donc, au grâce du théorème bien connu,[1] on aura ce lemme.

4. En nous basant sur le lemme précédent, nous construirons une chaîne homogéne uniquement et non isomorphe à J dans L comme son sous-groupe partout dense.

---

1) Cf. 1) p. 226.