2. *Sur l'Application Qui Fait Correspondre à un Point un Continu Bicompact*

Par Masuo HUKUHARA

Institut de Mathématiques, Université de Tokyo

(Comm. by Z. SUETUNA, M.J.A., Jan. 12, 1955)

1. Nous avons démontré[1] sous certaines conditions que la famille de toutes les courbes solutions d'une équation différentielle passant par un point est un continu bicompact dans l'espace de fonctions continues (C). Il y a donc lieu d'étudier l'application $\mathfrak{F}$ qui fait correspondre à un point x dans un espace R un ensemble $\mathfrak{F}(x)$ dans un espace $\mathfrak{R}$.[2] Une application $\mathfrak{F}$ est dite semi-continue supérieurement en a, si, à un ouvert quelconque $\mathfrak{G}$ contenant $\mathfrak{F}(a)$, on peut faire correspondre un voisinage $U(a)$ tel que $\mathfrak{F}(U(a))\subseteqq\mathfrak{G}$. Une suite d'applications $\{\mathfrak{F}_\lambda;\, \lambda\in\Lambda\}$ est décroissante ou croissante suivant que l'on a $\mathfrak{F}_\lambda(x)\subseteqq\mathfrak{F}_\mu(x)$ ou $\mathfrak{F}_\lambda(x)\supseteqq\mathfrak{F}_\mu(x)$ pour $\lambda>\mu$.

L'intersection d'une suite décroissante de continus bicompacts étant un continu bicompact, on a le

Théorème 1. *Si $\{\mathfrak{F}_\lambda;\, \lambda\in\Lambda\}$ est une suite décroissante d'applications qui font correspondre à un point un continu bicompact, la limite $\mathfrak{F}$ définie par $\mathfrak{F}(x)=\bigcap_\lambda \mathfrak{F}_\lambda(x)$ possède la même propriété.*

Soit A un ensemble bicompact contenu dans le domaine de définition d'une application $\mathfrak{F}$ bicompacte et semi-continue supérieurement. Si $\boldsymbol{G}$ est une famille d'ouverts qui couvre $\mathfrak{F}(A)$, on peut faire correspondre à $x\in A$, une sous-famille finie $\boldsymbol{G}(x)$ de $\boldsymbol{G}$ qui couvre $\mathfrak{F}(x)$. D'après la semi-continuité supérieure de $\mathfrak{F}$, on peut trouver un voisinage $U(x)$ tel que $\mathfrak{F}(U(x))\subseteqq\mathfrak{G}(x)$, où $\mathfrak{G}(x)$ est la réunion de $\boldsymbol{G}(x)$. D'après la bicompacité de A, on peut trouver un nombre fini de points $x_i\in A$ $(i=1,\dots,n)$ tels que $\bigcup_i U(x_i)\supseteqq A$. La réunion de $\boldsymbol{G}(x_i)$ $(i=1,\dots,n)$ couvre $\mathfrak{F}(A)$. On a donc le

Théorème 2. *Soit $\mathfrak{F}$ une application bicompacte et semi-continue supérieurement. Si A est un ensemble bicompact, $\mathfrak{F}(A)$ est aussi un ensemble bicompact.*

Soient $\mathfrak{E}$ un ensemble fermé sur $\mathfrak{F}(A)$ et B l'ensemble défini par $B=\{x\in A;\, \mathfrak{F}(x)\cap\mathfrak{E}\neq 0\}$. Si un point d'accumulation $b\in A$ de B n'appartient pas à B, $\mathfrak{F}(b)$ et $\mathfrak{E}$ sont disjoints. $\mathfrak{E}$ étant fermé sur $\mathfrak{F}(A)$, il existe un ouvert $\mathfrak{G}\supseteqq\mathfrak{F}(b)$ qui ne contient aucun point de $\mathfrak{E}$.

---

1) Proc. Japan Acad., **29**, 154–155 (1953). Voir aussi T. Kanazawa, A. Iwasaki, et H. Murakami: Ibid., **30**, 96–97 (1954).

2) Pour fixer les idées, nous supposons que R et $\mathfrak{R}$ soient des espaces accessibles.