

17. Fonctions Presque Périodiques du Type Spécial. I¹⁾

Par Shin-ichi MATSUSHITA

Osaka Cité Université

(Comm. by K. KUNUGI, M.J.A., Feb. 18, 1955)

§ 1. L'étude des fonctions presque périodiques vectorielles a été inaugurée par MM. S. Bochner et J. von Neumann, en 1935;²⁾ d'ailleurs plus récemment, MM. D. A. Raïkov, A. Weil, H. Cartan, R. Godement, I. E. Segal, L. H. Loomis, etc. ont réussi à établir la théorie de l'analyse harmonique générale dans les groupes localement compacts.³⁾ Cette Note va d'une part étudier les fonctions *presque périodiques* (*p. p.*) définies dans un groupe et ayant ses valeurs dans l'espace des mesures de Radon sur l'espace de caractères, et d'autre part établir quelques rapports entre les fonctions *p. p.*, ainsi définies, et l'analyse harmonique généralisée dans les groupes topologiques.

Pour cela, il ne sera question que de groupes *localement compacts* (*l. c.*): quand on parlera d'un groupe G sans préciser ce fait, il sera sous-entendu que G est considéré *l. c.*, toutefois G ne sera supposé abélien qu'à faire mention du contraire. Rappelons que l'espace de caractères de G , noté V_0 , est un ensemble des fonctions élémentaires (continues de type positif) et leur limites faibles distinctes de la fonction identiquement nulle.⁴⁾ Munissant de la topologie de la convergence compact dans G , V_0 est un espace *l. c.*, et si G est abélien, V_0 n'est alors autre chose que le groupe dual \hat{G} de G .

Dans ce qui suit, nous rappelons les propriétés fondamentales desquelles nous ferons usage sans démonstrations, qui sont assez répandus aujourd'hui:

Soient $L^0(\cdot)$ l'espace vectoriel normé des fonctions continues à support compact sur un espace *l. c.* (\cdot) , pour la topologie uniforme, et $L_\infty(\cdot)$ l'adhérence uniforme de $L^0(\cdot)$; si (\cdot) est non compact, $L_\infty(\cdot)$ se compose des fonctions tendant vers 0 au point à l'infini. Soient

1) Les définitions et notations que nous allons utiliser ici s'en réfèrent à mes Mémoires précédants, S. Matsushita: [1] *Sur le théorème de Plancherel*, [2] *Sur quelques types des théorèmes de dualité*, I et II, Proc. Japan Acad., **30** (1954), [3] *Analyse harmonique*, I et II, C. R. Acad. Sci., Paris, 955-957, 1056-1057 (1953).

2) S. Bochner-J. von Neumann: *Almost periodic functions in groups*, II, Trans. Amer. Math. Soc., **37**, 21-50 (1935).

3) Pour une bibliographie complète, voir G. Mackey: *Functions on locally compact groups*, Bull. Amer. Math. Soc., **56**, 385-412 (1950).

4) R. Godement: *Les fonctions de type positif et la théorie des groupes*, Trans. Amer. Math. Soc., **63**, 1-84 (1948) et S. Matsushita [1].