45. Sur les Polygones Caractêristiques et le Procêdê de Rêduction au Point Singulier Fixe ξ d'une Équation Diffêrentielle Ordinaire du Premier Ordre

Par Masuo HUKUHARA

Institut de Mathématiques, Université de Tokyo

(Comm. by Z. SUETUNA, M.J.A., April 12, 1955)

1. Soit 0 un point singulier fixe ξ d'une équation différentielle ordinaire du premier ordre dont le second membre est une fonction rationnelle de la fonction inconnue. Nous pouvons alors écrire

$$x^{\sigma+1}dy/dx=P(x,y)/Q(x,y) \qquad (\sigma\geqq 0); \tag{1}$$

σ est un nombre rationnel, $P(x,y)$ et $Q(x,y)$ sont des polynomes de y sans facteurs communs:

$$P(x,y)=a_0(x)+a_1(x)y+\cdots+a_r(x)y^r,$$
$$Q(x,y)=b_1(x)+b_2(x)y+\cdots+b_{r-1}(x)y^{r-2},$$

les coefficients $a_j(x)$ et $b_k(x)$ sont des fonctions régulières en 0 d'une certaine puissance fractionnaire positive de x, chacun des polynomes $P(0,y)$, $Q(0,y)$ ne s'annule pas identiquement, l'une au moins des coefficients $a_0(x)$ et $b_1(x)$ ne s'annule pas identiquement et enfin l'une au moins des coefficients $a_r(x)$ et $b_{r-1}(x)$ ne s'annule pas identiquement. Supposons que les développements de $a_j(x)$ et de $b_k(x)$ commencent respectivement par les termes de degrés m_j et n_k. Si $a_j(x)$ s'annule identiquement, nous poserons $m_j=\infty$. De même, $n_k=\infty$ signifie que $b_k(x)$ s'annule identiquement.

2. Prenons dans un plan deux axes OX et OY que nous ne supposons pas orthogonaux. Marquons dans ce plan les points $P_j(j,m_j)$ et les points $Q_k(k,n_k+\sigma)$. Marquons aussi les points $R_j(j,l_j)$ dont les ordonnées l_j sont définis par

$$l_j=\min\{m_j,n_j+\sigma\}$$

pour $k=1,2,\dots,r-1$, et l_0 et l_r sont égaux respectivement à m_0 et à m_r. Soit Π le polygone convexe vers le bas et tel que les sommets sont les points R_j et que les autres points R_j se trouvent au-dessus de Π ou sur les côtés de Π. Construisons aussi le polygone analogue Π' relatif aux points Q_k. Nous les appellerons respectivement polygones caractéristiques principale et auxiliaire.

Nous pouvons les partager respectivement en trois parties: les parties centrale, droite et gauche. La partie centrale de Π, par exemple, est le côté ou le sommet de Π situé sur l'axe OX. J'ai déjà remarqué les propriétés suivantes.[1]

1) "Kansū-hōteisiki" (Equations Fonctionnelles), N^{os} 1, 2, 3, 5, 6, 8, 9, 10, 11, 12, 13, 15, 17 (1938-40); "Ōyō Sūgaku" (Mathématiques Appliquées), **1**, 46-90 (1945).