66. *Sur la Structure des Fonctions d'Ensemble dans les Groupes Topologiques Localement Compacts.* I

Par Shizu ENOMOTO

(Comm. by K. KUNUGI, M.J.A., May 13, 1955)

Nous utiliserons la notion de profondeur introduite par Prof. Kinjirô Kunugi[1] tout récemment. Pour le groupe topologique localement compact et non discret, qui sera étudié dans ces Notes, la profondeur est ω_0, c.-à-d. il y a une suite monotone décroisante de voisinages de l'unité $V_n\,(n=1,2,\dots)$ telle qu'il n'y a ancun voisinage de l'unité qui est contenu dans tous les V_n de la suite. Dans cette Note, nous définirons de plus une branche[2] de voisinages de l'unité comme une suite particulière de celle mentionnée plus haut, et nous prêtons attention à un système[3] des branches qui précise la topologie de groupe. On a pour chaque branche un groupe topologique qui est localement compact, séparable et de plus isomorphe à un espace métrique. On verra que, pour les études des fonctions d'ensemble définies dans le groupe topologique localement compact et non discret, il suffit d'examiner les fonctions d'ensemble définies dans le groupe topologique qui est de plus *isomorphe à un espace métrique.*

Dans ces Notes, $\mathfrak{G}$ sera un groupe topologique[4] localement compact, non discret et σ-compact,[5] c.-à-d. tel qu'il y a une suite des ensembles compacts $A_i\,(i=1,2,\dots)$ satisfaisant à $\bigcup_{i=1}^{\infty} A_i=\mathfrak{G}$.

Définition 1. On appelle *branche de voisinages de l'unité dans* $\mathfrak{G}$ ou simplement branche (de voisinages), une suite de voisinages $\theta_n\,(n=1,2,\dots)$ jouissant des propriétés suivantes:

1) $\bar{\theta}_n$ est compact pour tout n.

2) $\theta_n \supseteq \theta_{n+1}(\theta_{n+1})^{-1}$ [6] pour tout n.

3) Pour tout point $x\in\mathfrak{G}$, il y a un indice $n_0(x)$ tel qu'on a $x\theta_n \supseteq \theta_{n+1}x$ pour tout $n \geq n_0(x)$.

---

1) Kinjirô Kunugi: Sur les espaces complets et régulièrement complets. I, Proc. Japan Acad., **30**, 553 (1954).

2) Voir la Définition 1.

3) Il s'agit du système S* qui sera donné dans la Définition 2.

4) Un groupe topologique qui est un espace de Hausdorff.

5) Selon de l'étude de "P. R. Halmos: Measure Theory, § 57", nous examinerons le seul cas σ-compact.

6) Si A, B sont deux sous-ensembles d'un groupe $\mathfrak{G}$, AB désigne l'ensemble $\{ab;\ a\in A,\ b\in B\}$ et AB^{-1} désigne l'ensemble $\{ab^{-1};\ a\in A,\ b\in B\}$. En particulier, si A, resp. B, se réduit à un seul élément x, on l'écrit par xB, resp. Ax.