62. *Sur les Polynômes Irréductibles dans un Corps Fini. II*

Par Saburô UCHIYAMA
Institut Mathématique, Université Métropolitaine, Tokyo

(Comm. by Z. SUETUNA, M.J.A., May 13, 1955)

Cet article est un prolongement de ma note précédente[1] au même titre et nous nous proposons dans ce qui suit de donner une généralisation du théorème 2 établi dans N-I, et y notons en même temps quelques conséquences de l'hypothèse de Riemann pour nos fonctions L.

5. Fonctions L. Soit $q=p^{\nu}\ (\nu \geqq 1)$ une puissance d'un nombre premier impair et soit F_q un corps fini d'ordre q. Nous considérons encore les fonctions

$$L(s, \lambda, \tilde{\lambda}, \chi)=\sum_M \lambda(M)\tilde{\lambda}(M)\chi(M)\,|M|^{-s},$$

où $s=\sigma+it$, $\sigma>1$, et $\lambda=\prod_{k=1}^{r}\lambda^{(k)}$, $\tilde{\lambda}=\prod_{k=1}^{t-1}\tilde{\lambda}^{(k)}$. La condition "$\lambda^{(k)}(M)=0$ si $X\,|\,M$" a été inessentielle pour la définition des fonctions $\lambda^{(k)}$, et nous ne mettons donc plus dans la suite cette convention sur les $\lambda^{(k)}$. Alors, si $\lambda\tilde{\lambda}\chi \neq \lambda_0\tilde{\lambda}_0\chi_0$, les fonctions L s'écrivent toujours sous forme

$$L(s, \lambda, \tilde{\lambda}, \chi)=1+\frac{\tau_1}{q^s}+\frac{\tau_2}{q^{2s}}+\cdots+\frac{\tau_{K-1}}{q^{(K-1)s}} \qquad (K=r+t),$$

où

$$\tau_j=\tau_j(\lambda, \tilde{\lambda}, \chi) = \sum_{\deg M=j} \lambda(M)\tilde{\lambda}(M)\chi(M)$$

et, comme on voit facilement,

$$\tau_n(\lambda, \tilde{\lambda}, \chi)=0 \qquad \text{pour } n \geqq K.$$

D'autre part on a

$$L(s, \lambda_0, \tilde{\lambda}_0, \chi)=(1-q^{-s})^{\varepsilon}(1-q^{1-s})^{-1},$$

où $\varepsilon=0$ ou 1 suivant que $t=0$ ou non.

6. Extension du corps F_q. Soit maintenant F_{q^u} une extension algébrique de degré u du corps F_q. Nous dirons que les fonctions λ', $\tilde{\lambda}'$, et χ', définies dans F_{q^u}, sont les *fonctions induites* des λ, $\tilde{\lambda}$, et χ de F_q, s'il existe les relations suivantes entre eux:

$$\left.\begin{aligned} \lambda&=\prod_{k=1}^{r}\lambda_{\beta_k}^{(k)}, & \lambda'&=\prod_{k=1}^{r}\lambda_{\beta_k}^{\prime(k)} \\ \tilde{\lambda}&=\prod_{k=1}^{t-1}\tilde{\lambda}_{\tilde{\beta}_k}^{(k)}, & \tilde{\lambda}'&=\prod_{k=1}^{t-1}\tilde{\lambda}_{\tilde{\beta}_k}^{\prime(k)} \end{aligned}\right\} \ (\beta_k, \tilde{\beta}_k \in F_q),$$

et

---

1) S. Uchiyama: Sur les polynômes irréductibles dans un corps fini. I, Proc. Japan Acad., **30**, 523-527 (1954). Dans ce qui va suivre nous renverrons à cette note par N-I.