93. *Sur l'Équation Intégrale de Volterra*

Par Tokui SATŌ et Akira IWASAKI
Institut de Mathématiques, Université de Kôbe, Japon
(Comm. by Z. SUETUNA, M.J.A., July 12, 1955)

1. Notations et hypothèses. Dans cet article, nous voulons étendre, au cas où $f(x)$ et $K(x, t, u)$ sont mesurables, quelques-uns des résultats que l'un des auteurs a obtenus[1] concernant l'équation intégrale non linéaire de Volterra

$$(1) \qquad u(x)=f(x)+\int_0^x K(x, t, u(t))\,dt,$$

en supposant $f(x)$ et $K(x, t, u)$ continues.

Dans la suite, nous emploierons les notations suivantes:

I: intervalle fermé $0\leq x\leq 1$,
I_r: intervalle fermé $0\leq x\leq r$,
Δ: domaine fermé $0\leq t\leq x\leq 1$ dans le plan (x, t),
D: domaine $(x, t)\in\Delta$, $-\infty<u<+\infty$ dans l'espace (x, t, u).

$f(x)$ et $\bar{f}(x)$ seront des fonctions bornées et mesurables; $K(x, t, u)$ et $\bar{K}(x, t, u)$ seront des fonctions définies dans D, continues par rapport à deux variables x et u pour presque toute valeur de t dans I, mesurables par rapport à t et majorées par une fonction sommable $M(t)$:

$$|K(x, t, u)|\leq M(t), \quad |\bar{K}(x, t, u)|\leq M(t).$$

$f(x, \lambda)$ et $K(x, t, u, \lambda)$ seront également continues par rapport à λ dans un intervalle Λ et satisferont aux mêmes conditions que $f(t)$ et $K(x, t, u)$ si l'on attribue à λ une valeur quelconque mais déterminée dans Λ.

2. Rappel des résultats connus. MM. A. Kanazawa et H. Murakami[2] ont obtenu le théorème suivant.

Théorème d'existence. L'équation intégrale (1) admet au moins *une solution mesurable et bornée dans I.*

Le théorème suivant est évident et il serait inutile de le démontrer.

Théorème 1. *Si l'équation intégrale (1) admet une solution $u=u(x)$ bornée et mesurable dans I, la fonction $u(x)-f(x)$ est continue dans I.*

3. Solution maximale. Théorème 2. *Si $K(x, t, u)$ est non décroissante par rapport à u, il existe, parmi les solutions de l'équation intégrale (1), une qui est au moins égale dans I à toutes les autres.*

Nous l'appellerons la *solution maximale.*