141. *Sur l'Endomorphisme Complètement Continu*

Par Masuo HUKUHARA et Yasutaka SIBUYA
Institut de Mathématiques, Université de Tokyo
(Comm. by Z. SUETUNA, M.J.A., Nov. 12, 1955)

1. La théorie des endomorphismes complètement continus de l'espace de Banach a été établie par Riesz[1] et Schauder.[2] M. J. Leray[3] a substitué à l'espace de Banach l'espace topologique linéaire à voisinage convexe. Récemment M. J. H. Williamson[4] a réussi à supprimer la convexité de voisinages. L'un des auteurs a obtenu indépendamment de lui les mêmes résultats par une voie différente. Il l'a montré à l'occasion de ses leçons et puis l'autre a remarqué que l'on peut établir la théorie même dans l'espace $(\mathfrak{L})$ linéaire sans aucune modification essentielle dans les raisonnements.

2. Donnons d'abord quelques définitions et les résultats qui s'en déduisent.

Soit $\mathfrak{R}$ un espace $(\mathfrak{L})$ de Fréchet où la topologie $\mathfrak{T}$ est définie à l'aide d'un système de suites $\{\mathfrak{S}(x); x \in \mathfrak{R}\}$ satisfaisant aux conditions suivantes:

1° la suite $\{x_n\}$ telle que $x_n = x$ appartient à $\mathfrak{S}(x)$;

2° une suite partielle de la suite $\mathfrak{S}(x)$ appartient à $\mathfrak{S}(x)$;

3° $\mathfrak{S}(x) \cap \mathfrak{S}(y) = 0$ pour $x \neq y$.

Un point a est appelé point adhérent de l'ensemble E si l'on peut extraire de E une suite $\in \mathfrak{S}(a)$. Un point a est par définition intérieur à E, si a n'est pas un point adhérent de l'ensemble complémentaire de E. Tout ensemble à l'intérieur duquel se trouve a est par définition voisinage de a. Le système de ces voisinages $\{\mathfrak{V}(x); x \in \mathfrak{R}\}$ définit la même topologie $\mathfrak{T}$. On dit qu'une suite de points $\{a_n\}$ converge vers a si un voisinage quelconque de a contient presque tous les a_n. Une suite $\in \mathfrak{S}(a)$ converge vers a.

Une suite $\{a_n\}$ convergeant vers a est caractérisée par la propriété suivante: de toute suite partielle de la suite on peut extraire une suite partielle $\in \mathfrak{S}(a)$. Si une suite converge vers a et si $a \neq b$, elle ne converge pas vers b.

---

1) F. Riesz: Über lineare Funktionalgleichungen, Acta Math., **41**, 71–98 (1918).

2) J. Schauder: Über lineare vollstetige Funktionaloperationen, Studia Math., **2**, 183–196 (1940).

3) J. Leray: Valeurs propres et vecteurs propres d'un endomorphisme complètement continu d'un espace vectoriel à voisinage convexe, Acta Szeged, **12**, 177–186 (1950).

4) J. H. Williamson: Compact linear operators in linear topological spaces, Journ. London Math. Soc., **29**, 149–156 (1954).