

9. Les Relations entre Certains Principes en Théorie du Potentiel

Par Makoto OHTSUKA

Institut de Mathématiques, Université de Nagoya

(Comm. by K. KUNUGI, M.J.A., Jan. 12, 1957)

L'étude du potentiel dans un espace localement compact est courant dans la théorie du potentiel,¹⁾ et un principe qui est une modification du principe du maximum de Ugaheri et le principe de continuité y jouent le rôle important.²⁾ Nous verrons dans cette note les relations entre eux et certains autres principes.

L'espace Ω dont il s'agira sera un espace localement compact, et toutes les mesures μ seront positives finies et à support compact dans Ω ; le support de μ sera noté S_μ . On dira que μ est portée par un ensemble X si $S_\mu \subset X$. Un noyau $\Phi(P, Q)$ est une fonction numérique continue définie dans $\Omega \times \Omega$ telle que $-\infty < \Phi(P, Q) \leq +\infty$, qui est finie hors de la diagonale de $\Omega \times \Omega$. Le potentiel (droit) engendré par μ est défini par

$$U^\mu(P) = \int_{\Omega} \Phi(P, Q) d\mu(Q).$$

(i) *Principe du maximum de Frostman:*³⁾ Pour toute μ on a

$$\sup_{P \in \Omega} U^\mu(P) \leq \sup_{P \in S_\mu} U^\mu(P).$$

(ii) *Principe du maximum de Ugaheri:* Il existe une constante $c \geq 0$ telle que

$$\sup_{P \in \Omega} U^\mu(P) \leq c \sup_{P \in S_\mu} U^\mu(P)$$

pour toute μ .

(iii) *Principe du maximum de Ugaheri faible:*⁴⁾ Pour tout compact $K \subset \Omega$, il existe une constante $c = c(K) \geq 0$ telle que

$$\sup_{P \in \Omega} U^\mu(P) \leq c \sup_{P \in S_\mu} U^\mu(P)$$

pour toute μ portée par K .

1) Voir Choquet et Deny [3, 4], Ohtsuka [6], Brelot et Choquet [1]. L'auteur a annoncé certains résultats sur ce sujet aux réunions de la Société Mathématique du Japon en automne 1955 et 1956, chaque fois à Kyoto.

2) Voir Choquet [2] et Ohtsuka [7]. L'auteur a utilisé les principes (iii) et (ix) définis ci-dessous au début de son étude général du potentiel dans un espace localement compact mais il a trouvé après que [2] a eu été publié, que (iii) peut être remplacé par (iv) qui est plus faible. Dans un mémoire sous préparation il fera l'usage aussi de (vi).

3) C'est appelé autrement le premier principe du maximum.

4) Donné dans [7].