37. *Sur les Groupes de Cobordisme Ω^k*

Par Masahisa ADACHI
Institut de Mathématiques, Université de Nagoya
(Comm. by K. KUNUGI, M.J.A., March 12, 1957)

Nous allons calculer dans cette note les groupes de cobordisme Ω^k des variétés différentiables compactes orientées, pour $k=8$, 9 et 10. Nous prenons les définitions et notations de l'article de R. Thom.[1)] Nous supposons n un entier pair plus grand que 11.

1. *Quelque calcul des groupes d'homotopie stables*[2)] *du complexe de Thom $M(SO(n))$ associé au groupe de rotation $SO(n)$.*

A) Y_2 sera le produit des complexes d'Eilenberg-MacLane:

$$Y_2=K(Z,n)\times K(Z,n+4)\times K(Z_2,n+5)\times(K(Z,n+8))^2 \\ \times(K(Z_2,n+9))^2\times K(Z_2,n+10).$$

On peut trouver une application $F: M(SO(n))\to Y_2$, telle que $F^*: H^i(Y_2, Z_2)\to H^i(M(SO(n)), Z_2)$ soit un isomorphisme sur pour $i\leq n+10$ et biunivoque pour $i=n+11$, et $F^*: H^i(Y_2, Z_p)\to H^i(M(SO(n)), Z_p)$ soit un isomorphisme sur pour $i\leq n+11$ où p est un nombre premier ≥ 7. En appliquant la C-théorie de J. P. Serre,[3)] on a:

Lemme 1. a) Les composantes 2-primaires de $\pi_{n+k}(M(SO(n)))$, pour $k=8$, 9 et 10, sont 0, Z_2+Z_2 et Z_2 respectivement. b) Toutes les composantes p-primaires de $\pi_{n+k}(M(SO(n)))$, pour $k=8$, 9 et 10, sont nulles, où p est un nombre premier ≥ 7.

B) On sait que le complexe $K(Z,n+8)$ est fibre d'un espace asphérique A, dont la base est le complexe $K(Z,n+9)$. Il existe une application φ du complexe $K(Z,n)$ dans $K(Z,n+9)$, telle que $\varphi^*(\iota_{n+9}) =St_5^9\iota_n\in H^{n+9}(Z,n;Z)$ où ι_n et ι_{n+9} sont les classes fondamentales de $K(Z,n)$ et $K(Z,n+9)$ respectivement. On désignera par L l'espace induit de l'espace fibré A par l'application φ. Y_5 sera le produit du complexe L par $K(Z,n+4)\times K(Z,n+8)$. On peut trouver une application $G: M(SO(n))\to Y_5$, telle que $G^*: H^i(Y_5, Z_5)\to H^i(M(SO(n)), Z_5)$ soit un isomorphisme sur pour $i\leq n+11$. En appliquant la C-théorie de J. P. Serre, on a:

Lemme 2. Toutes les composantes 5-primaires de $\pi_{n+k}(M(SO(n)))$, pour $k=8$, 9 et 10, sont nulles.

C) Soit B un espace fibré asphérique dont la base est le complexe $K(Z,n+5)$, et la fibre est le complexe $K(Z,n+4)$. Il existe

---

1) R. Thom: Quelques propriétés globales des variétés différentiables, Comment. Math. Helv., **28**, 17–86 (1954).

2) Cf. R. Thom 1) Théorème II. 7.

3) J. P. Serre: Groupes d'homotopie et classes de groupes abéliens, Ann. Math., **58**, 258–294 (1953).