95. Über die Klassenkörpertheorie für unendliche Erweiterungen von einem $\mathfrak{p}$-adischen Zahlkörper

Von Mitsuya MORI

(Comm. by Z. SUETUNA, M.J.A., July 12, 1957)

§ 1. **Einleitung.** Es sei k_0 ein $\mathfrak{p}$-adischer Zahlkörper, k eine algebraische Erweiterung von k_0 unendlichen Grades $N=N_\infty N_e$, wobei N_∞, N_e den unendlichen bzw. endlichen Bestandteil[1] von N bedeuten. Die endlichen abelschen Erweiterungen K von k laßen sich durch die Theorie von Moriya [3] insofern beherrschen, als der Grad $[K:k]$ von K über k zu N_∞ prim ist. Dann werden z. B. die galoisschen Gruppen von K/k isomorph der Faktorgruppen $k^*/N_{K/k}K^*$, wobei k^* und K^* die Multiplikationsgruppe der Körper k, bzw. K bezeichnen. Diese Theorie ist von Kawada [2] in die Theorie der Klassenformation eingeordnet worden.

In der vorliegenden Arbeit soll nun gezeigt werden, daß man eine einheitliche Theorie bekommt, die den Fall von nicht zueinander primen N und $[K:k]$ nicht ausschließt, wenn man statt k^* eine kompakte projektive Limesgruppe, welche wir die Fundamentalgruppe von k nennen wollen, einführt. Im § 2 definieren wir diese Fundamentalgruppe. Im § 3 betrachten wir die abelschen Erweiterungen von k an sich. Im letzten § 4 geben wir ein typisches Beispiel.

Zum Schluß möchte ich Herrn Professor Y. Kawada meinen herzlichen Dank für seine wertvollen Ratschläge aussprechen.

§ 2. **Fundamentalgruppe.** Es sei k wie in der Einleitung eine unendliche algebraische Erweiterung von einem $\mathfrak{p}$-adischen Zahlkörper k_0. In k gibt es ein Primideal $\mathfrak{p}^*$ derart, daß $\mathfrak{p}^*=\lim \mathfrak{p}_n$, $k=\lim k_n$ wird, wobei k_n der $\mathfrak{p}_n$-adische Zahlkörper ist. Bezeichnen wir mit $\hat{k}_\mu\,(\mu\geqq 1)$ die kompakte Gruppe, welche aus der Multiplikationsgruppe k_μ^* von k_μ nach der Artinschen Komplettierung[2] entsteht, und mit $\hat{N}_{\mu,\nu}\,(\mu<\nu)$ den stetigen Homomorphismus von $\hat{k}_\nu$ in $\hat{k}_\mu$, welcher durch die Norm von k_ν nach k_μ induziert wird. Mit Hilfe von $\hat{N}_{\mu,\nu}$ kann man eine kompakte projektive Limesgruppe $\underleftarrow{\mathrm{Lim}}\,\hat{k}_\mu$ definieren. Diese Limesgruppe wollen wir die *Fundamentalgruppe von k* nennen, und mit $\mathfrak{F}(k)$ bezeichnen.

$\mathfrak{F}(k)$ kann auch wie folgt aufgefaßt werden. Ein Inbegriff einer Folge $\{H_n,\ n=1,2,3,\cdots\}$ von Untergruppen H_n von k_n^* und einer positiven ganzen Zahlen ν heißt ein *G-System in k vom Index ν*, wenn sie die folgenden Bedingungen erfüllen: 1) $H_n=N_{\nu,n}^{-1}H_\nu$, $n=\nu+1,\nu+2,$

1) Vgl. Moriya [3].

2) Vgl. Artin [1].