8. *Sur l'Inégalité d'Énergie pour le Système Hyperbolique*

Par Masaya YAMAGUTI

(Comm. by K. KUNUGI, M.J.A., Jan. 12, 1959)

1. *Introduction.* On sait que la question de l'unicité du problème de Cauchy a été résolue pour des équations assez générales par MM. Calderón et Zygmund [1]. Ils ont montré que les opérateurs d'intégrale singulière sont des outils très puissants. Nous allons montrer que cette méthode est aussi efficace pour trouver l'inégalité d'énergie pour le système hyperbolique, qui a été montrée pour la première fois par M. Petrowsky (voir à ce sujet [2–4]).

2. *Système hyperbolique.* Considérons le système

$$(1)\qquad \frac{\partial}{\partial t}u_i=\sum_{j,k}^{N,n}a_{i,j}^{(k)}\frac{\partial}{\partial x_k}u_j+\sum_j^N b_{i,j}u_j+f_i \qquad (i=1,2,\cdots,N)$$

dont la matrice caractéristique

$$(2)\qquad \begin{Vmatrix} \lambda & & & \\ & \lambda & & \\ & & \ddots & \\ & & & \lambda \end{Vmatrix} - \begin{Vmatrix} \sum_k a_{i,j}^{(k)}\alpha_k \end{Vmatrix}$$

est de la forme

$$(3)\qquad \begin{Vmatrix} \boxed{M_1} & & & \\ & \boxed{M_2} & & \\ & & \boxed{} & \\ & & & \boxed{M_l} \end{Vmatrix}$$

où tous les éléments qui ne sont dans aucune carrée M_i $(i=1,\cdots,r)$ sont identiquement nuls. Les racines λ de chaque déterminant de M_i sont réelles et distinctes pour $\sum\alpha_i^2=|\alpha|^2=1$. On suppose que la différence de deux racines du même déterminant est toujours supérieures à une constante positive fixée.

On supposera désormais que, pour simplifier le raisonnement, tous les coefficients sont indéfiniment dérivables et *bornés* avec toutes leurs dérivées d'ordre quelconque; le second membre $f_i(x,t)$ $(i=1,\cdots,N)$ sont des fonctions continues en t à valeurs dans L^2.

Nous allons mettre (1) sous la forme de l'équation d'évolution exprimée par opérateurs d'intégrale singulière (voir [1]):

$$(4)\qquad \frac{d}{dt}u_i=\sum_j^N H_{ij}(i\Lambda)u_j+\sum b_{ij}u_j+f_i \quad (i=1,\cdots,N),$$

où $\sigma(H_{ij})=\sum_k^N a_{ij}^{(k)}\frac{\alpha_k}{|\alpha|}=\sum_k^n a_{ij}^{(k)}\alpha'_k,\quad \alpha'_k=\frac{\alpha_k}{|\alpha|}.$

On écrit (4) sous la forme matricielle