7. *Sur les Topologies des Espaces de L. Schwartz*

Par Tameharu SHIRAI

(Comm. by K. KUNUGI, M.J.A., Jan. 12, 1959)

Dans cette Note, nous donnerons une règle de construction de la plus fine véritable-topologie des véritable-topologies qui sont moins fines que la pseudo-topologie donné, et montrons que la véritable-topologie induite de la pseudo-topologie est la topologie qui préserve la famile des transformations continues, et que la véritable-topologie $\tilde{\mathfrak{T}}$ induite de la pseudo-topologie de $(\mathcal{D})$ sera strictment plus fine que la véritable-topologie $\mathfrak{T}^*$ de $(\mathcal{D})$, qui a été donnée par M. L. Schwartz.[1]

1. Nous pouvons démontrer facilement le théorème suivant:

Théorème 1. *Soit $\mathfrak{T}$ une topologie monotone de l'espace X et on dénote par $\bar{A}$ la fermeture de l'ensemble A par rapport à la topologie $\mathfrak{T}$ et soit $\tilde{\mathfrak{T}}$ la topologie qui a*

$$\tilde{A} = \bigcap_{F \supseteq (\bar{F} \cup A)} F$$

comme la fermeture nouvelle de A. La topologie $\tilde{\mathfrak{T}}$ a les propriétés suivantes:

(i) *$\tilde{\mathfrak{T}}$ est monotone, et $\tilde{A} \supseteq A$,*

(ii) $\tilde{\tilde{A}} \subseteq \tilde{A}$,

(iii) $\tilde{A} \supseteq \bar{A}$,

(iv) *si $\mathfrak{T}$ satisfait la condition que $\bar{A} \supseteq A$, $\tilde{\mathfrak{T}}$ est la topologie la plus fine des topologies qui soient moins fines que $\mathfrak{T}$ en ayant la propriété que toutes les fermetures sont fermées.*

Définitions. La topologie qui a la propriété que toutes les fermetures sont fermées s'appelle *véritable-topologie* et la topologie qui n'a pas la propriété ci-dessus s'appelle *pseudo-topologie*. Si $\mathfrak{T}$ est une pseudo-topologie monotone, la topologie $\tilde{\mathfrak{T}}$ donnée dans le Théorème 1 s'appelle *la véritable-topologie induite* de la topologie $\mathfrak{T}$.

Théorème 2. *Si T est une transformation continue $(\mathfrak{T})$[2] de X dans Y, T est continue $(\tilde{\mathfrak{T}})$ aussi. Réciproquement, une transformation T arbitraire mais continue $(\tilde{\mathfrak{T}})$ est continue $(\mathfrak{T})$ aussi, si $\mathfrak{T}$ est monotone et a la propriété que toute fermeture $(\mathfrak{T})$ $\bar{A}$ contient A.* (Remarque: T n'est pas nécessairement linéaire.)

En effet, si A est fermé $(\mathfrak{T})$, A est un des Γ tel que $\Gamma \supseteq (\bar{\Gamma} \cup A)$, et donc $\tilde{A} \subseteq A$, c'est-à-dire A est fermé $(\tilde{\mathfrak{T}})$. Par conséquent, quand

1) Voir L. Schwartz: Théorie des Distributions, **1**, 24, 67.
2) Ce signifie que T est continue par rapport à la topologie $\mathfrak{T}$.